IS-LM en économie ouverte

On suppose les prix fixés *i.e.* exogènes (on peut donc poser *p=1*)

1. – Régime de change flexible

$$Y = A\left(\underset{+}{Y},\underset{-}{r},\underset{+}{G}\right) + B\left(\underset{+}{x},\underset{-}{Y},\underset{+}{Y_e}\right) \qquad [1]$$

$$m^d\left(\underset{+}{Y},\underset{-}{r}\right) = \frac{\overline{m}}{p} \qquad [2]$$

$$B\left(\underset{+}{x},\underset{-}{Y},\underset{+}{Y_e}\right) + K\left(\underset{+}{r - r_e}\right) = 0 \qquad [3]$$

$$\text{avec} \quad x = \frac{p_e e}{p} \qquad [4]$$

Les variables endogènes sont : Y, r, x et e.

1.1. - Détermination du produit d'équilibre

La résolution du système est récursive :

- *(i)* Les équations [1]-[2]-[3] déterminent Y^*, r^* et x^*
- *(ii)* L'équation [4] détermine ensuite e^*

- De [3] on tire : $B\left(\underset{+}{x},\underset{-}{Y},\underset{+}{Y_e}\right) = -K\left(\underset{+}{r - r_e}\right)$
- En reportant cette expression de $B(\cdot)$ dans [1] on obtient : $Y = A\left(\underset{+}{Y},\underset{-}{r},\underset{+}{G}\right) - K\left(\underset{+}{r - r_e}\right)$

  Soit en résolvant en Y : $$Y = Y\left(\underset{-}{r},\underset{+}{G},\underset{+}{r_e}\right) \qquad [5]$$

- En résolvant [2] en r on a d'autre part : $$r = r\left(\underset{+}{Y},\underset{-}{\overline{m}}\right) \qquad [6]$$
- En reportant alors [6] dans [5] on a : $$Y = Y\left(\underset{-}{r}\left(\underset{+}{Y},\underset{-}{\overline{m}}\right),\underset{+}{G},\underset{+}{r_e}\right)$$

  et on obtient le produit d'équilibre en résolvant en Y : $Y^* = Y^*\left(\underset{+}{\overline{m}},\underset{+}{G},\underset{+}{r_e}\right)$

1.2. – Calcul des multiplicateurs

On cherche à mesurer l'impact sur le produit d'équilibre Y^* de chocs affectant les variables exogènes : G, $\overline{m}$, Y_e, r_e, p_e.

Le modèle s'écrit :

$$Y = A\Big(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \underset{+}{G}\Big) + B\Big(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\Big) \qquad [1]$$

$$m^d\Big(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}\Big) = \frac{\overline{m}}{p} \qquad [2]$$

$$B\Big(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\Big) + K\Big(\underset{+}{r - r_e}\Big) = 0 \qquad [3]$$

$$\text{avec} \quad x = \frac{p_e e}{p} \qquad [4]$$

Donnant le produit d'équilibre (*cf. section 1.1.*) : $Y^* = Y^*\Big(\underset{+}{\overline{m}}, \underset{+}{G}, \underset{+}{r_e}\Big)$

Les variables endogènes sont *Y*, *r*, *x* et *e*.

Les variables exogènes : G, $\overline{m}$, Y_e, r_e et p_e.

On cherche : $\dfrac{\partial Y^*}{\partial G}$, $\dfrac{\partial Y^*}{\partial \overline{m}}$, $\dfrac{\partial Y^*}{\partial Y_e}$, $\dfrac{\partial Y^*}{\partial r_e}$ et $\dfrac{\partial Y^*}{\partial p_e}$

Pour cela il faut exprimer *dY* en fonction des seules variables exogènes dG, $d\overline{m}$, dY_e dr_e et dp_e

On a vu que [1]-[2]-[3] suffisent à déterminer Y^*, r^* et x^*.

En tirant $B(\cdot)$ de [3] et en reportant dans [1], on obtient la forme semi-réduite :

$$Y = A\Big(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \underset{+}{G}\Big) - K\Big(\underset{+}{r - r_e}\Big) \qquad [1']$$

$$m^d\Big(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}\Big) = \frac{\overline{m}}{p} \qquad [2]$$

Ce nouveau système, qui ne contient plus *x*, suffit à déterminer Y^* et r^*

Il suffit donc, pour calculer *dY*, de différencier totalement le système [1']-[2] et de résoudre le système différencié en *dY* et *dr*.

Système différencié :

$$dY = A_Y dY + A_r dr + A_G dG - K' dr + K' dr_e \qquad [d1']$$

$$m_Y^d dY + m_r^d dr = d\overline{m} \qquad [d2]$$

Comme $A\Big(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \underset{+}{G}\Big) = C\Big(\underset{+}{Y}\Big) + I\Big(\underset{-}{r}\Big) + G$, on a : $A_Y = C'(Y)$, $A_r = I'(r)$ et $A_G = 1$

En tirant *dr* de [d2], soit $dr = \frac{d\overline{m}}{m_r^d} - \frac{m_Y^d}{m_r^d} dY$, et en reportant dans [d1'], on obtient alors :

$$dY = C'(Y)dY + (I'(r) - K')\left(\frac{d\overline{m}}{m_r^d} - \frac{m_Y^d}{m_r^d} dY\right) + dG + K' dr_e$$

Soit en résolvant en dY :

$$\left(1 - C'(Y) + (I'(r) - K')\frac{m_Y^d}{m_r^d}\right)dY = \frac{(I'(r) - K')}{m_r^d}d\bar{m} + dG + K'dr_e$$

Les multiplicateurs recherchés sont donc :

$$\frac{\partial Y^*}{\partial G} = \left(1 - C'(Y) + (I'(r) - K')\frac{m_Y^d}{m_r^d}\right)^{-1}$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial \bar{m}} = \left(\frac{1 - C'(Y)}{I'(r) - K'}m_r^d + m_Y^d\right)^{-1}$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial r_e} = K'.\left(1 - C'(Y) + (I'(r) - K')\frac{m_Y^d}{m_r^d}\right)^{-1}$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial Y_e} = 0$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial p_e} = 0$$

2. - Régime de change fixe

$$Y = A\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \underset{+}{G}\right) + B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) \qquad [1]$$

$$m^d\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}\right) = \frac{\bar{m}}{p} + \lambda\frac{e\Delta R}{p} \qquad [2]$$

$$B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) + K\left(\underset{+}{r - r_e}\right) = \frac{e\Delta R}{p} \qquad [3]$$

Les variables endogènes sont : Y, r et ΔR tandis que e, et donc x, sont maintenant exogènes : $x = \frac{p_e e}{p}$

2.1. - Détermination du produit d'équilibre : court terme

La résolution en Y du système [1]-[2]-[3] détermine le produit d'équilibre Y_{CT}^*

- En résolvant [1] en Y on obtient : $Y = Y\left(\underset{-}{r}, \underset{+}{G}, \underset{+}{x}, \underset{+}{Y_e}\right)$ [5]

- En reportant [3] dans [2] on a d'autre part :

$$m^d\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}\right) = \frac{\bar{m}}{p} + \lambda\left(B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) + K\left(\underset{+}{r - r_e}\right)\right)$$

et en résolvant cette équation en *r* : $\quad r = r\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{\bar{m}}, \underset{-}{x}, \underset{-}{Y_e}, \underset{+}{r_e}\right)$

- En remplaçant alors cette expression de *r* dans [5],

$$Y = Y\left(\underset{-}{r}\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{\bar{m}}, \underset{-}{x}, \underset{-}{Y_e}, \underset{+}{r_e}\right), \underset{+}{G}, \underset{+}{x}, \underset{+}{Y_e}\right)$$

et en résolvant en *Y*, on obtient finalement l'expression du produit d'équilibre :

$$Y_{CT}^* = Y_{CT}^*\left(\underset{+}{\bar{m}}, \underset{+}{G}, \underset{+}{Y_e}, \underset{-}{r_e}, \underset{+}{x}\right)$$

soit en tenant compte du fait que $x = \frac{p_e e}{p}$: $\quad Y_{CT}^* = Y_{CT}^*\left(\underset{+}{\bar{m}}, \underset{+}{G}, \underset{+}{Y_e}, \underset{-}{r_e}, \underset{+}{p_e e}\right)$

2.2. – Détermination du produit d'équilibre : long terme

A long terme les variations de réserves et l'ajustement endogène de l'offre de monnaie permettent d'assurer l'équilibre de la balance des paiements. On a alors ΔR=0 et le niveau de la masse monétaire *m* est endogène ; le modèle s'écrit alors :

$$Y = A\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \underset{+}{G}\right) + B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) \qquad [1]$$

$$m^d\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}\right) = \frac{m}{p} \qquad [2]$$

$$B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) + K\left(\underset{+}{r - r_e}\right) = 0 \qquad [3]$$

Les variables endogènes sont maintenant *Y*, *r* et *m*. La résolution de ce système est récursive :

(i) Les équations [1]-[3] déterminent Y^* et r^*

(ii) En reportant Y^*, r^* dans [2] on en déduit m^*

- En résolvant [1] en *Y* on obtient : $\quad Y = Y\left(\underset{-}{r}, \underset{+}{G}, \underset{+}{x}, \underset{+}{Y_e}\right) \qquad [4]$

- En résolvant [3] en *r* on obtient : $\quad r = r\left(\underset{+}{Y}, \underset{+}{r_e}, \underset{-}{x}, \underset{-}{Y_e}\right) \qquad [5]$

- En remplaçant [5] dans [4], on a donc : $\quad Y = Y\left(\underset{-}{r}\left(\underset{+}{Y}, \underset{+}{r_e}, \underset{-}{x}, \underset{-}{Y_e}\right), \underset{+}{G}, \underset{+}{x}, \underset{+}{Y_e}\right)$

i.e. $\quad Y_{LT}^* = Y_{LT}^*\left(\underset{+}{G}, \underset{+}{Y_e}, \underset{-}{r_e}, \underset{+}{x}\right)$

soit en tenant compte du fait que $x = \frac{p_e e}{p}$: $\quad Y_{LT}^* = Y_{LT}^*\left(\underset{+}{G}, \underset{+}{Y_e}, \underset{-}{r_e}, \underset{+}{p_e e}\right)$

2.3. – Calcul des multiplicateurs

On s'intéresse ici à l'impact sur le produit d'équilibre Y^* de chocs affectant les variables exogènes : G, $\overline{m}$, Y_e, r_e, p_e et e

A long terme le modèle s'écrit :

$$Y = A\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \underset{+}{G}\right) + B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) \qquad [1]$$

$$m^d\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}\right) = \frac{m}{p} \qquad [2]$$

$$B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) + K\left(r \underset{+}{-} r_e\right) = 0 \qquad [3]$$

Donnant le produit d'équilibre (*cf. section 2.2.*) : $Y^* = Y^*\left(\underset{+}{G}, \underset{+}{Y_e}, \underset{-}{r_e}, \underset{+}{p_e} e\right)$

Les variables endogènes sont Y, r et m

Les variables exogènes : G, e, Y_e, r_e et p_e

On en déduit donc trivialement que $\frac{\partial Y^*}{\partial \overline{m}} = 0$ et on cherche : $\frac{\partial Y^*}{\partial G}$, $\frac{\partial Y^*}{\partial e}$, $\frac{\partial Y^*}{\partial Y_e}$, $\frac{\partial Y^*}{\partial r_e}$ et $\frac{\partial Y^*}{\partial p_e}$

Comme [1]-[3] suffisent à déterminer Y^* et r^*, il suffit - pour calculer dY - de différencier totalement [1]-[3] et de résoudre le système différencié en dY et dr.

Système différencié :

$$dY = A_Y dY + A_r dr + A_G dG + B_x dx + B_Y dY + B_{Y_e} dY_e \qquad [d1]$$

$$B_x dx + B_Y dY + B_{Y_e} dY_e + K' dr - K' dr_e = 0 \qquad [d3]$$

- Comme $A\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \underset{+}{G}\right) = C\left(\underset{+}{Y}\right) + I\left(\underset{-}{r}\right) + G$, on a : $A_Y = C'(Y)$, $A_r = I'(r)$ et $A_G = 1$
- Comme $B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) = X\left(\underset{+}{x}, \underset{+}{Y_e}\right) - x.M\left(\underset{-}{x}, \underset{+}{Y}\right)$, on a : $B_Y = -xM_Y$ et $B_{Y_e} = X_{Y_e}$

Le système différencié se réécrit donc :

$$dY = C'(Y)dY + I'(r)\, dr + dG + B_X dx - xM_Y dY + X_{Y_e} dY_e \qquad [d1']$$

$$B_x dx - xM_Y dY + X_{Y_e} dY_e + K' dr - K' dr_e = 0 \qquad [d3']$$

De $[d3']$ on tire : $dr = dr_e - \frac{B_x}{K'} dx + \frac{xM_Y}{K'} dY - \frac{X_{Y_e}}{K'} dY_e$

En reportant cette expression de dr dans $[d1']$, on obtient donc :

$$dY = C'(Y)dY + I'(r)\ \left(dr_e - \frac{B_x}{K'}dx + \frac{xM_Y}{K'}dY - \frac{X_{Y_e}}{K'}dY_e\right) + dG + B_X dx - xM_Y dY + X_{Y_e}dY_e$$

Soit en résolvant en dy :

$$dY\left(1 - C'(Y) + xM_Y\left(\frac{K' - I'(r)}{K'}\right)\right) = I'(r)dr_e + dG + \left(B_X\left(\frac{K' - I'(r)}{K'}\right)\right)dx + \left(X_{Y_e}\left(\frac{K' - I'(r)}{K'}\right)\right)dY_e$$

Avec $x = \frac{p_e e}{p}$ *i.e.* $dx = p_e de + edp_e$

Les multiplicateurs recherchés sont donc :

$$\frac{\partial Y^*}{\partial G} = \left(1 - C'(Y) + xM_Y\left(\frac{K' - I'(r)}{K'}\right)\right)^{-1} > 0$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial \overline{m}} = 0$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial r_e} = I'(r)\left(1 - C'(Y) + xM_Y\left(\frac{K' - I'(r)}{K'}\right)\right)^{-1} < 0$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial Y_e} = \quad X_{Y_e}\left(\frac{K'\big(1 - C'(Y)\big)}{K' - I'(r)} + xM_Y\right)^{-1} > 0$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial p_e} = \quad eB_X\left(\frac{K'\big(1 - C'(Y)\big)}{K' - I'(r)} + xM_Y\right)^{-1} > 0$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial e} = p_e B_X\left(\frac{K'\big(1 - C'(Y)\big)}{K' - I'(r)} + xM_Y\right)^{-1} > 0$$

avec $B_x > 0$ si on suppose la condition de Marshall-Lerner (théorème des élasticités critiques) satisfaite