

Offre et demande agrégées en économie ouverte

0. – L'offre agrégée en économie ouverte

Elle est déterminée par le marché du travail et la technologie :

$$\text{Demande de travail : } N^d = N^d \left(\frac{w}{p} \right)$$

$$\text{Offre de travail : } N^s = N^s \left(\frac{w}{p_a} \right)$$

$$\text{Equilibre sur le marché du travail : } N^d = N^s$$

$$\text{Fonction de production : } Y^S = F \left(\frac{N}{+} \right)$$

où :

- p est le prix du bien domestique en €
 - p_e le prix du bien étranger en \$
 - $p_m = p_e e$ le prix du bien étranger en €
 - $p_a = p_m^\alpha \cdot p^{1-\alpha}$, $\alpha \in]0,1[$, le prix de l'absorption (prix à la consommation des ménages) ; α représentant la part des produits importés dans la consommation des ménages
- En notant $\omega = w/p$, l'équilibre sur le marché du travail s'écrit : $N^d \left(\frac{\omega}{-} \right) = N^s \left(\frac{\omega \cdot p}{p_a} \right)$
 - En résolvant cette équation en ω on obtient le salaire réel d'équilibre sur le marché du travail :

$$\omega^* = \omega^* \left(\frac{p_a}{p} \right)$$

En remarquant que $\frac{p_a}{p} = \left(\frac{p_m}{p} \right)^\alpha = x^\alpha$ où $x = p_e e / p$ est le taux de change réel de l'économie, on voit que : $\omega^* = \omega^* \left(\frac{x}{+} \right)$

- En reportant ce salaire réel d'équilibre dans la demande de travail on obtient alors le niveau d'emploi d'équilibre : $N^* = N^d \left(\frac{\omega^*}{-} \left(\frac{x}{+} \right) \right) = N^* \left(\frac{x}{-} \right)$

et en reportant celui-ci dans la fonction de production, on a finalement l'offre agrégée :

$$Y^S = F \left(\frac{N^*}{+} \left(\frac{x}{-} \right) \right) = Y^S \left(\frac{x}{-} \right)$$

1. - Régime de change flexible

$$Y = A\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \underset{+}{G}\right) + B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) \quad [1]$$

$$m^d\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}\right) = \frac{\bar{m}}{p} \quad [2]$$

$$B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) + K\left(\underset{+}{r} - r_e\right) = 0 \quad [3]$$

$$Y = Y^S\left(\underset{-}{x}\right) \quad [4]$$

$$\text{avec } x = \frac{p_e e}{p} \quad [5]$$

Les variables endogènes sont : Y, r, p, x et e .

1.1. - Détermination de la demande agrégée

Les équations [1]-[2]-[3] déterminent la demande agrégée $Y^D(\cdot)$

- De [3] on tire : $B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) = -K\left(\underset{+}{r} - r_e\right)$
- En reportant cette expression de $B(\cdot)$ dans [1] on obtient : $Y = A\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \underset{+}{G}\right) - K\left(\underset{+}{r} - r_e\right)$

Soit en résolvant en Y :
$$Y = Y\left(\underset{-}{r}, \underset{+}{G}, \underset{+}{r_e}\right) \quad [6]$$

- En résolvant [2] en r on a d'autre part : $r = r\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{\bar{m}}, \underset{+}{p}\right) \quad [7]$

- En reportant alors [7] dans [6] on a : $Y = Y\left(\underset{-}{r}\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{\bar{m}}, \underset{+}{p}\right), \underset{+}{G}, \underset{+}{r_e}\right)$

et on obtient la demande agrégée en résolvant en Y :
$$Y = Y^D\left(\underset{-}{p}, \underset{+}{\bar{m}}, \underset{+}{G}, \underset{+}{r_e}\right)$$

1.2. - Détermination du produit d'équilibre

Le système [1]-[2]-[3]-[4]-[5] se résout de façon récursive :

- (i) Les équations [1]-[3]-[4] déterminent Y^*, r^* et x^*
- (ii) En reportant Y^* et r^* dans [2] on en déduit p^*
- (iii) En reportant enfin x^* et p^* dans [5] on obtient e^*

La détermination du produit d'équilibre ne nécessite donc que les équations [1]-[3]-[4]

- On a d'après [4] : $x = x(Y)$. En reportant cette expression de x dans [1] et [3] on obtient :

$$Y = A\left(Y, r, G\right) + B\left(Y, Y_e\right) \quad [1']$$

$$B\left(Y, Y_e\right) + K\left(r - r_e\right) = 0 \quad [3']$$

- En résolvant [1'] en Y on obtient : $Y = Y\left(r, G, Y_e\right) \quad [8]$
- En résolvant [3'] en r on obtient : $r = r\left(Y, Y_e, r_e\right) \quad [9]$
- En reportant [9] dans [8] on obtient alors : $Y = Y\left(r\left(Y, Y_e, r_e\right), G, Y_e\right)$

et finalement le produit d'équilibre en résolvant en Y cette dernière expression :

$$Y^* = Y^*\left(G, Y_e, r_e\right)$$

2. - Régime de change fixe

2.1. - Résolution à court terme

A court terme le modèle s'écrit :

$$Y = A\left(Y, r, G\right) + B\left(x, Y, Y_e\right) \quad [1]$$

$$m^d\left(Y, r\right) = \frac{\bar{m}}{p} + \lambda \frac{e\Delta R}{p} \quad [2]$$

$$B\left(x, Y, Y_e\right) + K\left(r - r_e\right) = \frac{e\Delta R}{p} \quad [3]$$

$$Y = Y^S\left(x\right) \quad [4]$$

$$\text{avec } x = \frac{p_e e}{p} \quad [5]$$

Les variables endogènes sont : Y, r, p, x et ΔR

2.1.1.- Détermination de la demande agrégée

Les équations [1]- [2]-[3]-[5] déterminent la demande agrégée.

En remplaçant [5] dans [1]- [3] on obtient :

$$Y = A\left(Y_+, r_-, G_+\right) + B\left(p_-, p_+ e, Y_-, Y_+\right) \quad [1']$$

$$B\left(p_-, p_+ e, Y_-, Y_+\right) + K\left(r_+ - r_e\right) = \frac{e\Delta R}{p} \quad [3']$$

- En résolvant [1'] en Y on obtient : $Y = Y\left(r_-, G_+, p_+, p_+ e, Y_+\right) \quad [6]$

- En reportant [3'] dans [2] on a d'autre part :

$$m^d\left(Y_+, r_-\right) = \frac{\bar{m}}{p} + \lambda\left(B\left(p_-, p_+ e, Y_-, Y_+\right) + K\left(r_+ - r_e\right)\right)$$

et en résolvant cette équation en r : $r = r\left(Y_+, \bar{m}_+, p_+, p_+ e, Y_-, r_e\right)$

- En remplaçant alors cette expression de r dans [6],

$$Y = Y\left(r\left(Y_+, \bar{m}_+, p_+, p_+ e, Y_-, r_e\right), G_+, p_+, p_+ e, Y_+\right)$$

et résolvant en Y , on obtient finalement l'expression de la demande agrégée :

$$Y^D = Y^D\left(p_-, \bar{m}_+, G_+, Y_-, r_e, p_+ e\right)$$

2.1.2.- Détermination du produit d'équilibre

De [4] on tire : $x = x\left(Y_-\right) \quad [7]$

En reportant x dans [5] on obtient : $x\left(Y_-\right) = \frac{p_e e}{p} \quad i.e. \quad p = p\left(p_+ e, Y_+\right) \quad [8]$

En reportant x dans [1] on a : $Y = A\left(Y_+, r_-, G_+\right) + B\left(Y_-, Y_+\right) \quad i.e. \quad Y = Y\left(r_-, G_+, Y_+\right) \quad [9]$

En reportant alors [3], [7] et [8] dans [2] on a d'autre part :

$$m^d\left(Y_+, r_-\right) = \frac{\bar{m}}{p\left(p_+ e, Y_+\right)} + \lambda\left(B\left(Y_-, Y_+\right) + K\left(r_+ - r_e\right)\right) \quad i.e. \quad r = r\left(Y_+, \bar{m}_+, Y_-, r_e, p_+ e\right) \quad [10]$$

En reportant alors [10] dans [9] et en résolvant en Y on obtient le produit d'équilibre

$$Y = Y\left(r\left(Y_+, \bar{m}_+, Y_-, r_e, p_+ e\right), G_+, Y_+\right) \Leftrightarrow Y^* = Y^*\left(\bar{m}_+, G_+, Y_-, r_e, p_+ e\right)$$

2.2. – Résolution à long terme

A long terme les variations de réserves et l'ajustement endogène de l'offre de monnaie permettent d'assurer l'équilibre de la balance des paiements. On a alors $\Delta R=0$ et le niveau de la masse monétaire m est endogène ; le modèle s'écrit alors :

$$Y = A\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \underset{+}{G}\right) + B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) \quad [1]$$

$$m^d\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}\right) = \frac{m}{p} \quad [2]$$

$$B\left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) + K\left(\underset{+}{r} - r_e\right) = 0 \quad [3]$$

$$Y = Y^S\left(\underset{-}{x}\right) \quad [4]$$

$$\text{avec } x = \frac{p_e e}{p} \quad [5]$$

Les variables endogènes sont maintenant Y, r, p, x et m .

2.2.1. – Détermination de la demande agrégée

Les équations [1]-[3]-[5] suffisent pour déterminer la demande agrégée. ([2] ne servant qu'à déterminer m conditionnellement à p)

En remplaçant [5] dans [1]-[3] on obtient :

$$Y = A\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \underset{+}{G}\right) + B\left(\underset{-}{p}, \underset{+}{p_e e}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) \quad [1']$$

$$B\left(\underset{-}{p}, \underset{+}{p_e e}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) + K\left(\underset{+}{r} - r_e\right) = 0 \quad [3']$$

- En résolvant [1'] en Y on obtient : $Y = Y\left(\underset{-}{r}, \underset{+}{G}, \underset{-}{p}, \underset{+}{p_e e}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right) \quad [6]$

- En résolvant [3'] en r on a d'autre part :

$$r = r\left(\underset{+}{p}, \underset{-}{p_e e}, \underset{+}{Y}, \underset{-}{Y_e}, \underset{+}{r_e}\right)$$

- En remplaçant alors cette expression de r dans [6],

$$Y = Y\left(\underset{-}{r}\left(\underset{+}{p}, \underset{-}{p_e e}, \underset{+}{Y}, \underset{-}{Y_e}, \underset{+}{r_e}\right), \underset{+}{G}, \underset{-}{p}, \underset{+}{p_e e}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e}\right)$$

et résolvant en Y , on obtient finalement l'expression de la demande agrégée :

$$Y^D = Y^D\left(\underset{-}{p}, \underset{+}{G}, \underset{-}{Y_e}, \underset{+}{r_e}, \underset{+}{p_e e}\right)$$

2.2.2. – Détermination du produit d'équilibre

La résolution de ce système est récursive :

- (i) Les équations [1]-[3]-[4] déterminent Y^* , r^* et x^*
- (ii) En reportant x^* dans [5] on en déduit p^*
- (iii) En reportant enfin Y^* , r^* et p^* dans [2] on obtient m^*

On remarque que les équations définissant Y^* à long terme en change fixe sont identiques à celles définissant Y^* en change flexible. On va donc obtenir la même expression de Y^* dans les deux cas et la résolution est identique.

De [4] on tire $x = x(Y)$. En reportant cette expression dans [1] et [3] on obtient :

$$Y = A\left(Y, r, G\right) + B\left(Y, Y_e\right) \quad [1']$$

$$B\left(Y, Y_e\right) + K\left(r - r_e\right) = 0 \quad [3']$$

En résolvant [1'] en Y on a : $Y = Y\left(r, G, Y_e\right) \quad [1'']$

En résolvant [3'] en r on a : $r = r\left(Y, Y_e, r_e\right) \quad [3'']$

En reportant alors [3''] dans [1''] et en résolvant en Y , on a finalement :

$$Y = Y\left(r\left(Y, Y_e, r_e\right), G, Y_e\right) \quad i.e. \quad Y^* = Y^*\left(G, Y_e, r_e\right)$$

3- Chocs affectant le produit d'équilibre

On s'intéresse ici à l'impact sur le produit d'équilibre Y^* de chocs affectant les variables exogènes : G , \bar{m} , Y_e , r_e , p_e et, en change fixe, e

3.1. – Multiplicateurs en change flexible

Le modèle s'écrit :

$$Y = A\left(Y, r, G\right) + B\left(x, Y, Y_e\right) \quad [1]$$

$$m^d\left(Y, r\right) = \frac{\bar{m}}{p} \quad [2]$$

$$B\left(x, Y, Y_e\right) + K\left(r - r_e\right) = 0 \quad [3]$$

$$Y = Y^S(\underline{x}) \quad [4]$$

$$\text{avec } x = \frac{p_e e}{p} \quad [5]$$

donnant le produit d'équilibre (cf. section 1.2.) : $Y^* = Y^*\left(\begin{matrix} G, \\ + \\ Y_e, \\ + \\ r_e, \\ - \end{matrix}\right)$

Les variables endogènes sont Y, r, p, x et e .

Les variables exogènes : G, \bar{m}, Y_e, r_e et p_e

On cherche : $\frac{\partial Y^*}{\partial G}, \frac{\partial Y^*}{\partial \bar{m}}, \frac{\partial Y^*}{\partial Y_e}, \frac{\partial Y^*}{\partial r_e}$ et $\frac{\partial Y^*}{\partial p_e}$

Pour cela il faut exprimer dY en fonction des seules variables exogènes $dG, d\bar{m}, dY_e, dr_e$ et dp_e

Comme [1]-[3]-[4] suffisent à déterminer Y^*, r^* et x^* , il suffit, pour calculer dY , de différencier totalement le système [1]-[3]-[4] et de résoudre ce système différencié en dY, dr et dx .

Système différencié :

$$dY = A_Y dY + A_r dr + A_G dG + B_x dx + B_Y dY + B_{Y_e} dY_e \quad [d1]$$

$$B_x dx + B_Y dY + B_{Y_e} dY_e + K' dr - K' dr_e = 0 \quad [d3]$$

$$dY = Y^{S'} dx \quad [d4]$$

- Comme $A\left(\begin{matrix} Y, \\ + \\ r, \\ - \\ G, \\ + \end{matrix}\right) = C\left(\begin{matrix} Y \\ + \end{matrix}\right) + I\left(\begin{matrix} r \\ - \end{matrix}\right) + G$, on a : $A_Y = C'(Y)$, $A_r = I'(r)$ et $A_G = 1$
- Comme $B\left(\begin{matrix} x, \\ + \\ Y, \\ - \\ Y_e, \\ + \end{matrix}\right) = X\left(\begin{matrix} x, \\ + \\ Y_e, \\ + \end{matrix}\right) - x.M\left(\begin{matrix} x, \\ - \\ Y, \\ + \end{matrix}\right)$, on a : $B_Y = -xM_Y$ et $B_{Y_e} = X_{Y_e}$
- Et d'après [d4] : $dx = \frac{1}{Y^{S'}} dY$

En remplaçant dans [d1] et [d3], $A_Y, A_r, A_G, B_Y, B_{Y_e}$ et dx , par leurs expressions ci-dessus on obtient

$$dY = C'(Y)dY + I'(r)dr + dG + \frac{B_x}{Y^{S'}} dY - xM_Y dY + X_{Y_e} dY_e \quad [d1']$$

$$\frac{B_x}{Y^{S'}} dY - xM_Y dY + X_{Y_e} dY_e + K' dr - K' dr_e = 0 \quad [d3']$$

En tirant alors dr de [d3'] il vient :

$$dr = K'^{-1} \left(K' dr_e + xM_Y dY - X_{Y_e} dY_e - \frac{B_x}{Y^{S'}} dY \right)$$

et en reportant cette expression dans [d1'] :

$$dY = C'(Y)dY + I'(r)K'^{-1} \left(K' dr_e + xM_Y dY - X_{Y_e} dY_e - \frac{B_x}{Y^{S'}} dY \right) + dG + \frac{B_x}{Y^{S'}} dY - xM_Y dY + X_{Y_e} dY_e$$

$$i. e. \quad dY \left(1 - C'(Y) + \left(\frac{K' - I'(r)}{K'} \right) \left(xM_Y - \frac{B_x}{Y^{S'}} \right) \right) = I'(r)dr_e + dG + (1 - I'(r)K'^{-1})X_{Y_e}dY_e$$

Les multiplicateurs sont donc :

$$\frac{\partial Y^*}{\partial G} = \left(1 - C'(Y) + \left(\frac{K' - I'(r)}{K'} \right) \left(xM_Y - \frac{B_x}{Y^{S'}} \right) \right)^{-1}$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial \bar{m}} = 0$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial r_e} = I'(r) \left(1 - C'(Y) + \left(\frac{K' - I'(r)}{K'} \right) \left(xM_Y - \frac{B_x}{Y^{S'}} \right) \right)^{-1}$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial Y_e} = \left(\frac{K' - I'(r)}{K'} \right) X_{Y_e} \left(1 - C'(Y) + \left(\frac{K' - I'(r)}{K'} \right) \left(xM_Y - \frac{B_x}{Y^{S'}} \right) \right)^{-1}$$

$$\frac{\partial Y^*}{\partial p_e} = 0$$

où $B_x > 0$ si on suppose la condition de Marshall-Lerner (théorème des élasticités critiques) satisfaite

3.2. - Multiplicateurs en change fixe (à long terme)

A long terme le modèle s'écrit :

$$Y = A \left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r}, \underset{+}{G} \right) + B \left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e} \right) \quad [1]$$

$$m^d \left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{r} \right) = \frac{m}{p} \quad [2]$$

$$B \left(\underset{+}{x}, \underset{-}{Y}, \underset{+}{Y_e} \right) + K \left(\underset{+}{r} - \underset{+}{r_e} \right) = 0 \quad [3]$$

$$Y = Y^S \left(\underset{-}{x} \right) \quad [4]$$

$$\text{avec } x = \frac{p_e e}{p} \quad [5]$$

Donnant le produit d'équilibre (cf. section 2.2.) : $Y^* = Y^* \left(\underset{+}{G}, \underset{+}{Y_e}, \underset{-}{r_e} \right)$

Les variables endogènes sont Y, r, p, x et m

Les variables exogènes : G, e, Y_e, r_e et p_e

On cherche : $\frac{\partial Y^*}{\partial G}, \frac{\partial Y^*}{\partial e}, \frac{\partial Y^*}{\partial Y_e}, \frac{\partial Y^*}{\partial r_e}$ et $\frac{\partial Y^*}{\partial p_e}$

Comme [1]-[3]-[4] suffisent à déterminer Y^* , r^* et x^* , il suffit, pour calculer dY , de différencier totalement le système [1]-[3]-[4] et de résoudre le système ainsi différencié en dY , dr et dx .

Le système à différencier étant strictement identique à celui obtenu en change flexible, on obtient, à long terme, les mêmes multiplicateurs en change fixe, qu'en change flexible.