

### Exercice n°1: Consommateur (10,5 points)

Soit un consommateur disposant d'un revenu  $R$  à dépenser pour l'achat de deux biens dont les prix sont notés  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 3$  et les quantités consommées  $x_i$ ,  $i = 1...2$ . La fonction d'utilité représentant les préférences est donnée par :

$$\mathcal{U}(x_1, x_2) = x_1 x_2^3$$

- 1) Quelle est la signification économique de l'hypothèse de convexité stricte des préférences. Cette hypothèse est-elle vérifiée dans le cas présent ?
- 2) Ecrire les conditions de Kuhn et Tucker que doit vérifier un vecteur  $(x_1^*, x_2^*)$  qui réalise l'optimum du consommateur. Sont-elles suffisantes ?
- 3) Résoudre le système déterminé par les conditions nécessaires précédentes et déterminer les fonctions de demande marshaliennes  $x_1^*$  et  $x_2^*$ .
- 4) Ecrire le programme permettant de déterminer la fonction de dépense du consommateur.
- 5) Déterminer les fonctions de demandes hicksiennes,  $\tilde{x}_1$  et  $\tilde{x}_2$  ainsi que la fonction de dépense que l'on notera  $\mathcal{D}(\cdot)$ .
- 6) Ecrire le programme permettant, à partir de 5), de déterminer la fonction d'utilité indirecte du consommateur que l'on notera  $\mathcal{V}(\cdot)$ .
- 7) Résoudre le programme précédent et en déduire la fonction d'utilité indirecte.
- 8) Expliquer comment à partir de 5) et 7) on peut facilement retrouver les demandes marshaliennes  $x_1^*$  et  $x_2^*$ .

### Exercice n°2 : Producteur (9,5 points)

Soit une firme produisant un bien  $y$  en utilisant deux inputs notés  $x_1$  et  $x_2$ , à partir de la fonction de production  $\mathcal{F}(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{1/4}$ . Le prix de vente du bien produit est noté  $p$  tandis que le prix de chaque input est supposé unitaire. On suppose que le facteur 1 est toujours variable, tandis que le facteur 2 est fixe à court terme, au niveau  $x_2 = 1$ , et variable uniquement à long terme.

- 1) Rappeler les conditions du second ordre du programme du producteur. Celles-ci sont-elles vérifiées dans le cas présent à court terme? à long terme ?
- 2) Ecrire le programme déterminant la demande conditionnelle à court terme de facteur 1,  $\tilde{x}_1^{CT}$ .
- 3) Résoudre celui-ci et trouver  $\tilde{x}_1^{CT}$ . En déduire la fonction de coût de court terme de la firme  $\mathcal{C}_{CT}(\cdot)$ .
- 4) Utiliser cette dernière pour calculer l'offre de l'entreprise à court terme  $y_{CT}^S$ .
- 5) Ecrire maintenant le programme permettant de déterminer les demandes de facteurs conditionnelles à long terme,  $\tilde{x}_1^{LT}$  et  $\tilde{x}_2^{LT}$ .
- 6) Résoudre le programme précédent et trouver  $\tilde{x}_1^{LT}$  et  $\tilde{x}_2^{LT}$ . En déduire la fonction de coût de long terme de la firme  $\mathcal{C}_{LT}(\cdot)$ .
- 7) Utiliser cette dernière pour calculer l'offre de l'entreprise à long terme  $y_{LT}^S$ .
- 8) Expliquer comment, à partir des deux questions précédentes, on peut obtenir les demandes de facteurs à long terme de la firme:  $x_1^{*LT}$  et  $x_2^{*LT}$ .