Université Evry-Val d'Essonne
2ème année de Licence − Cours de Microéconomie 2018-19 − T. Laurent
1ère session – Janvier 2019 − 2 heures − Corrigé

Exercice 1

Nota : tous les calculs sont à effectuer en arrondissant 2 chiffres après la virgule. On donne : $54^{1/3} = 3.78$

On considère un consommateur dont les préférences, strictement convexes, sont représentées par la fonction d'utilité $\mathcal{U}(x_1, x_2) = x_1^2 \times x_2$ où $x_i \;\; i = 1{,}2$ représentent les quantités consommées. Le revenu du consommateur est noté R et les prix des biens $p_i \;\; i = 1{,}2$

1. – Calculer les demandes de biens

$$\begin{array}{ll} \max\limits_{\{x_1, x_2\}} & \mathcal{U}(x_1, x_2) \\ s.c. & p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq R \quad (\lambda \geq 0) \end{array} \qquad 0.75$$

$$\mathcal{L} = \mathcal{U}(x_1, x_2) + \lambda(R - p_1 x_1 - p_2 x_2)$$

$$\begin{array}{ll} [1] & \mathcal{U}_{x_1}(\cdot) - \lambda p_1 = 0 \\ [2] & \mathcal{U}_{x_2}(\cdot) - \lambda p_2 = 0 \\ [3] & \lambda(R - p_1 x_1 - p_2 x_2) = 0 \end{array} \qquad 0.75$$

En résolvant on trouve : $x_1^* = \frac{2R}{3p_1}$ et $x_2^* = \frac{R}{3p_2}$ 1.5

2. – Donner l'expression de la fonction d'utilité indirecte que l'on notera $\mathcal{V}(\cdot)$. Que représente-t-elle ?

$$\mathcal{V}(R, p_1, p_2) = \mathcal{U}(x_1^*, x_2^*) = \frac{4R^3}{27{p_1}^2 p_2} \qquad 1.25$$

$\mathcal{V}(\cdot)$ représente le niveau maximal d'utilité pouvant être atteint compte tenu du revenu et des prix. 0.75

On suppose que $R = 3,\; p_1 = 2$ et $p_2 = 1$

3. – Donner les coordonnées du point optimal du consommateur que l'on notera A

On remplace le revenu et les prix par leurs valeurs dans x_1^* et x_2^* :

$$A = (x_1^A, x_2^A) = (1, 1) \qquad 1$$

On suppose maintenant que le prix du bien 2 double ($p_2' = 2$)

4. – Quelles sont les coordonnées du nouveau point optimal C. Expliquer .

On remplace le revenu et les prix par leurs (nouvelles) valeurs dans x_1^* et x_2^* :

$$C = (x_1^C, x_2^C) = (1, 1/2) \qquad 1$$

La demande de bien 2 diminue quand le prix de ce bien augmente.

5. – Calculer l'effet substitution. Expliquer.

1ère étape

On cherche quel revenu R' il faudrait « donner » au consommateur pour qu'il puisse conserver le niveau d'utilité initial malgré le changement de prix, soit :

$$R' \quad \text{tel que} \quad \frac{4R'^3}{27p_1^2 p_2'} = \frac{4R^3}{27p_1^2 p_2} \qquad 0.5$$

En remplaçant les prix et R par leurs valeurs et en résolvant en R', on obtient : $R' = 54^{1/3} = 3.78$ 0.5

2nde étape

On calcule le point B optimal avec les prix p_1 et p_2' et le revenu R', soit :

$$x_1^B = \frac{2R'}{3p_1} = 2.52 \quad \text{et} \quad x_2^B = \frac{R'}{3p_2'} = 0.63 \quad \Longrightarrow \quad B = (x_1^B, x_2^B) = (2.52\,, 0.63) \qquad 1$$

L'effet substitution est alors donné par le passage de A à B soit :

- Pour le bien x_1 : $x_1^B - x_1^A = +1.52$ 0.75
- Pour le bien x_2 : $x_2^B - x_2^A = -0.37$ 0.75

On substitue du bien devenu relativement moins cher au bien devenu relativement plus cher *i.e.* du bien 1 au bien 2. 0.5

6. – Calculer l'effet revenu. Expliquer.

L'effet substitution est donné par le passage de B à C soit :

- Pour le bien x_1 : $x_1^C - x_1^B = -1{,}52$ 0.75
- Pour le bien x_2 : $x_2^C - x_2^B = -0{,}13$ 0.75

La hausse de prix du bien 2 représente une parte de pouvoir d'achat qui conduit le consommateur à revoir à la baisse ses demandes de biens. 0.5

Pour le bien 1 l'effet revenu compense exactement l'effet substitution

Exercice 2

On considère un consommateur dont les préférences, strictement convexes, sont représentées par la fonction d'utilité $\mathcal{U}(x_1, x_2) = x_1 \times x_2$ où x_i $i = 1{,}2$ représentent les quantités consommées. Le revenu du consommateur est noté R et les prix des biens sont unitaires

1. – Calculer l'expression de la fonction de dépense du consommateur que l'on notera $\mathcal{D}(\cdot)$

$$\begin{array}{ll} \min\limits_{\{x_1,x_2\}} & x_1 + x_2 \\ s.c. & \mathcal{U}(x_1,x_2) \geq \mathrm{U} \quad (\lambda \geq 0) \end{array} \qquad 1$$

$$\mathcal{L} = x_1 + x_2 - \lambda(\mathcal{U}(x_1,x_2) - \mathrm{U})$$

$$\begin{array}{ll} [1] & 1 - \lambda \mathcal{U}_{x_1}(\cdot) = 0 \\ [2] & 1 - \lambda \mathcal{U}_{x_2}(\cdot) = 0 \\ [3] & \lambda(\mathcal{U}(x_1,x_2) - \mathrm{U}) = 0 \end{array} \qquad 0.75$$

En résolvant on trouve : $\tilde{x}_1 = \tilde{x}_2 = \sqrt{\mathrm{U}}$ 1.5

On a donc : $\mathcal{D}(p_1, p_2, U) = p_1\tilde{x}_1 + p_2\tilde{x}_2 = 2\sqrt{\mathrm{U}}$ 0.75

2. – Que représente-t-elle ?

$\mathcal{D}(\cdot)$ représente la dépense minimale que doit consentir le consommateur pour atteindre le niveau d'utilité U quand les prix sont unitaires. 1

Exercice 3

On considère une firme en situation de concurrence parfaire produisant un bien Y, qu'elle vend au prix p, en utilisant un input – qu'elle achète au prix c – en quantité x. La fonction de production, strictement concave, est $f(x) = 3x^{1/3}$.

1. – Déterminer la demande de facteur de l'entreprise

$$\begin{array}{ll} \max\limits_{\{Y,x\}} & \Pi = pY - cx \\ s.c. & Y \leq f(x) \quad (\lambda \geq 0) \end{array} \qquad 0.75$$

$$\mathcal{L} = pY - cx + \lambda(f(x) - Y)$$

$$\begin{array}{ll} [1] & p - \lambda = 0 \\ [2] & -c + \lambda f'(x) = 0 \\ [3] & \lambda(f(x) - Y) = 0 \end{array} \qquad 0.75$$

En résolvant on trouve : $x^d = \left(\frac{c}{p}\right)^{-3/2}$ 1,5

2. – Déterminer la fonction d'offre de l'entreprise

On a donc $Y^s = f(x^d) = 3\left(\frac{c}{p}\right)^{-1/2}$ 1

3. – Déterminer la fonction de coût de l'entreprise. Que représente-t-elle ?

$$\begin{array}{ll} \min\limits_{\{x\}} & cx \\ s.c. & f(x) = 3x^{1/3} \geq Y \quad (\lambda \geq 0) \end{array}$$ 0.75

La solution correspond simplement à la plus petite valeur de x respectant la contrainte, soit x tel que $3x^{1/3} = Y$ *i.e.* $\tilde{x} = \left(\frac{Y}{3}\right)^3$ 0.75

La fonction de coût est alors $C(Y) = c\tilde{x} = c\left(\frac{Y}{3}\right)^3$ 0.75

Elle représente le coût minimal que doit consentir la firme pour produire une quantité Y quelconque quand le coût du facteur de production est c. 0.75

Exercice 4

On considère une firme en situation de concurrence parfaire produisant un bien Y, qu'elle vend au prix p. Sa fonction de coûts est :

$$C(Y) = \begin{cases} \frac{Y^3}{3} + \frac{2}{3} & \text{si } Y > 0 \\ 0 & \text{si } Y = 0 \end{cases}$$

1. – Déterminer la fonction d'offre de l'entreprise

$$\max_{\{Y\}} \quad \Pi = pY - C(Y)$$

La solution est donnée par la condition : $C'(Y) = p$ *i.e.* $Y^2 = p$ et donc $Y^* = \sqrt{p}$ 0.5

Comme il y a un coût fixe de production il faut cependant s'assurer que le profit est positif à l'optimum, ce qui est le cas *ssi* :

$$\Pi^* = pY^* - C(Y^*) = p^{3/2} - \frac{p^{3/2}}{3} - \frac{2}{3} \geq 0$$ 1

$$\Leftrightarrow \quad p \geq 1$$ 0.5

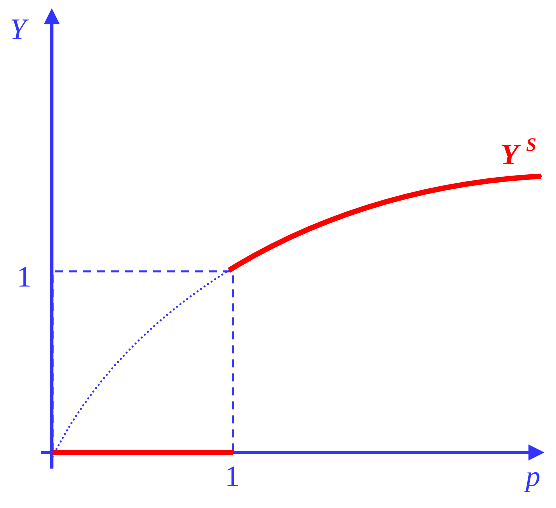
La fonction d'offre de la firme est donc :

$$Y^s = \begin{cases} \sqrt{p} & \text{si } p \geq 1 \\ 0 & \text{si } p < 1 \end{cases}$$ 1

2. – Là représenter graphiquement. Expliquer.

1 L'existence d'un coût fixe de production engendre une discontinuité de la fonction d'offre.

La firme ne produit que si le prix de vente est supérieur au prix-seuil qui permet de couvrir le coût fixe



1