EPEE
UNIVERSITE D'EVRY
VAL D'ESSONNE

DOCUMENT DE RECHERCHE

EPEE

CENTRE D'ETUDE DES POLITIQUES ECONOMIQUES DE L'UNIVERSITÉ D'EVRY

Incitations et transitions sur le marché du travail : une analyse des stratégies d'acceptation et des refus d'emploi

Thierry LAURENT, Yannick L'HORTY, Patrick MAILLE & Jean-François OUVRARD

01 – 04

UNIVERSITE D'EVRY – VAL D'ESSONNE, 4 BD. FRANCOIS MITTERRAND, 91025 EVRY CEDEX

Incitations et transitions sur le marché du travail : une analyse des stratégies d'acceptation et de refus d'emploi

Thierry Laurent , Yannick L'Horty [*]
Patrick Maillé & Jean-François Ouvrard [†]

Centre d'Etude des Politiques Economiques (EPEE)
Conseil de l'Emploi, des Revenus et de la Cohésion Sociale (CERC)

Université d'Evry et CERC, Octobre 2000

Résumé

L'objet de l'article est de proposer une méthode permettant d'évaluer, dans un cadre intertemporel, l'ampleur des phénomènes de désincitations à la reprise d'emploi. Un chômeur accepte un emploi si ce dernier rend maximal son espérance de gains, compte tenu des revenus associés à chaque type de situation sur le marché du travail, de ses chances d'évolution d'une situation vers une autre et de son taux de préférence pour le présent. Dans ce cadre général, on montre qu'il peut être " rentable " d'occuper un emploi qui rapporte un revenu inférieur aux revenus de remplacement dont on pourrait bénéficier dans l'assistance. Inversement, on peut avoir intérêt à rester dans le non emploi et à refuser des emplois immédiatement rémunérateurs. Ces résultats théoriques - illustrés par des

---

Cet article a été rédigé dans le cadre de la préparation du colloque " *Working Poor en France* " organisé par le CERC, l'INSEE le CGP et l'Université d'Evry-Val d'Essonne. Nous remercions Gérard Forgeot pour son aide et le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche (Programme Travail) pour son soutien financier.

[*] EPEE-Université d'Evry-Val d'Essonne - 4bd. François Mitterrand, 91025 Evry cedex - et CERC - 18 bd de La Tour Maubourg 75007 Paris. Correspondance : laurent@eco.univ-evry.fr, lhorty@eco.univ-evry.fr

[†] Ecole Polytechnique

simulations numériques - suggèrent que les gains immédiats ne sont pas les plus déterminants dans la décision d'accepter ou non une proposition d'emploi.

1. Introduction

Deux études récentes de l'INSEE (D. Eyssartier & S. Paillaud [1998], G. Laroque & B. Salanié [1999]) , ont montré que de nombreuses situations d'emploi rapportaient peu ou pas aux bénéficiaires des revenus de remplacement. Confirmant des constats antérieurs de l'ODAS et du CSERC, ces études mettent en évidence l'existence de trappe à inactivité en France : compte tenu de la nature différentielle du Rmi, des modalités de versement des allocations logement et de celles des aides sociales locales, il existe de nombreuses configuration d'emploi qui procurent des gains monétaires nuls ou limités à ceux qui les occupent. C'est le cas des emplois à temps partiel rémunérés à un salaire proche du SMIC ou des emplois à temps plein qui sont occupés sur une durée limitée sur l'année.

Une étude ultérieure (G. Laroque & B. Salanié [2000]) s'appuie sur ce constat pour souligner le caractère majoritairement volontaire du chômage français : si le non emploi est à un niveau si élevé ce serait en grande partie parce que l'emploi ne rapporte guère à celui qui l'occupe. Plus généralement, le thème de l'incitation au travail fait l'objet d'un renouvellement d'intérêt dans le débat économique et social en France. Les discussions sur la réforme de l'indemnisation du chômage et les projets de réformes fiscales à destination des bas salaires (exonération ciblée de CSG, mise en œuvre d'une allocation compensatrice de revenu, etc.) en sont les manifestations.

Il est paradoxal qu'au moment même où l'existence de trappes à inactivité est ainsi mise en évidence, on assiste à une montée en régime sans précédent des situations d'emploi les plus propices à ces phénomènes de trappes. Le travail à temps partiel s'est en effet fortement développé en France depuis 1992, en particulier pour les temps partiels les plus courts. La précarité de l'emploi s'est elle aussi développée avec la diffusion des contrats à durée déterminée et l'expansion du travail temporaire. Les situations où le travail est effectué sur une durée limitée sur l'année sont donc de plus en plus fréquentes et la catégorie de " travailleur pauvre ", référence jusqu'ici essentiellement anglo-saxonne, devient de plus en plus pertinente dans le cas de la France.

Dans ce contexte, une question est posée : pourquoi de plus en plus de salariés acceptent des emplois qui ne leur rapporte pas ou peu ? Comment expliquer le développement des travailleurs pauvres dans un contexte de trappes à pauvreté ? Que rapporte le travail à ceux qui gagneraient d'avantage dans l'assistance ?

Pour répondre à ce type de question, nous pensons qu'il n'est pas nécessaire de supposer que les travailleurs pauvres ont un comportement irrationnel ou sont victimes d'illusion fiscale ; nous pensons également qu'il n'est pas suffisant d'élargir l'analyse à l'ensemble des facteurs non monétaires qui interviennent dans la décision d'accepter ou de refuser un emploi. Il importe en revanche de bâtir un cadre d'analyse permettant de considérer les perspectives futures, d'emplois et de rémunération, associés à un changement de situation des individus sur le marché du travail. Un agent peut en effet accepter un emploi qui ne lui rapporte rien dans l'immédiat - voire même qui lui coûte - s'il pense que cet emploi lui ouvre des perspectives d'emploi et de rémunération plus favorables, *i.e.* est susceptible de lui rapporter dans l'avenir.

Cette étude propose une approche microéconomique permettant d'évaluer l'ampleur des éventuelles désincitations à la reprise d'emploi dans un cadre intertemporel. Un chômeur accepte un emploi si ce dernier rend maximal son espérance de gains, compte tenu des revenus associés à chaque type de situation sur le marché du travail, de ses chances d'évolution d'une situation vers une autre - représentées par une matrice individuelle de transition - et de son taux de préférence pour le présent. Une telle approche nous permet de considérer une grande variété de situation sur le marché du travail - de l'emploi à temps complet au non emploi - et d'identifier les conditions générales qui guident les choix stratégiques individuels concernant l'acceptation ou le refus de tel ou tel type d'emploi.

Le cadre d'analyse, présenté dans la section I, est plus général que celui habituellement retenu dans les travaux théoriques ou appliqués sur l'incitation à la reprise d'emploi. Il permet de montrer, section II, que les revenus associés aux situations d'emplois, ne constituent qu'un des éléments qui interviennent dans la décision d'activité. Il s'avère ainsi, section III, qu'une situation de trappe statique n'est pas nécessairement désincitative et qu'il peut être “rentable ” d'occuper un emploi qui rapporte un revenu inférieur aux revenus de remplacement dont on pourrait bénéficier dans l'assistance. Inversement, on peut avoir intérêt à rester dans le non emploi et à refuser des emplois même s'ils sont immédiatement rémunérateurs. Ces résultats remettent en question l'évaluation de l'ampleur du chômage volontaire qui peut être effectuée dans un cadre statique. La section IV analyse les effets incitatifs de différents chocs affectant les revenus associés aux situations d'emploi et les matrices de transition. Enfin, la section V, donne les résultats de simulations numériques pour différents type d'agents.

2. Cadre général

Sur le marché du travail un individu adopte la stratégie – acceptation de tous les emplois *versus* refus de certains emplois – qui rend maximale son espérance de revenus. Il estime tout d'abord ses probabilités d'accès aux différents états sur le marché du travail (I.1), se donne les revenus associés à chaque état (I.2), puis élabore sa stratégie de recherche d'emploi (I.3).

2.1 Matrices de transitions

Pour étudier les probabilités de transitions d'un individu sur le marché du travail, on s'inscrit dans le cadre des chaînes de Markov homogènes en temps discret à nombre fini d'états ; le temps est divisé en périodes discrètes et sur la matrice de transition P un état désigne la situation de l'individu sur le marché du travail (emploi à temps plein, emploi à temps partiel et non-emploi, par exemple, ou toute partition plus fine selon la durée du travail). P est la matrice de transition " estimée " par l'individu, elle peut *a priori* être différente de la matrice décrivant le fonctionnement réel du marché du travail. P_{ij} est la probabilité, venant de l'état i, d'atteindre l'état j en fin de la période.

L'hypothèse principale est la propriété de Markov selon laquelle la probabilité d'être dans l'état j à la période $t+1$ ne dépend que de l'état i dans lequel on se trouve à la période t.

- **Notations**

Par convention, les états i sont ordonnés de l'emploi à temps plein, $e=1$, vers le non-emploi, $e=N$, en passant par divers degrés d'emplois à temps partiel ordonnés selon l'ordre décroissant des temps de travail. Nous considérerons à titre d'exemple la matrice de transition ci-dessous issue de l'*Enquête Emploi* de l'INSEE [1]:

Situation en t+1 En t	Emploi > 30h	15h < Temps partiel < 30h	Temps partiel < 15h	Non-emploi
Emploi > 30h	0.66	0.11	0.01	0.22
15h<Temps partiel<30h	0.50	0.24	0.05	0.21

[1] Source : *Enquête Emploi*, 1999. Champ : Hommes seulement, emploi total, avec un retraitement pour enlever l'ensemble des temps partiels choisis et au sein du non-emploi, les personnes qui ne recherchent pas d'emploi. *Lecture* : un individu occupant un emploi à temps partiel d'une durée inférieure à 15 heures (état 3) a une probabilité P_{31} = 0.25 d'exercer, à la période suivante, un emploi d'une durée supérieure à 30h (état1) .

Temps partiel < 15h	0.25	0.33	0.19	0.23
Non-emploi	0.44	0.05	0.02	0.49

Probabilités des transitions sur le marché du travail

La probabilité pour un individu dans l'état i à la date t, d'être dans l'état j en $t+k$ est notée $\Pr(i,j,k) = (P^k)_{ij}$.

- **Chaînes de Markov à temps discret et nombre fini d'états**

Une matrice markovienne est dite *irréductible* si pour tout couple d'états x et y, la chaîne de matrice de transitions P et d'état initial x a une probabilité non nulle de visiter y. Elle est dite *récurrente* si, partant d'un état x quelconque, la probabilité de retour à x en un temps fini est égale à 1. En pratique, les chaînes que nous considérons sont toutes récurrentes et irréductibles et dans ce cadre :

(i) il existe une unique probabilité stationnaire p définie par $p.P = p$.

(ii) (P^n) converge et sa limite est donnée par la matrice dont toutes les lignes sont identiques et égales à p. La probabilité stationnaire p donne ainsi les probabilités asymptotiques pour un individu d'être dans l'un des états.

2.2 Revenus et facteur d'escompte

Un individu est caractérisé par son taux de préférence pour le présent $r > 0$, de sorte qu'il escompte les revenus à chaque période par un facteur $d = 1/(1+r) \in [0,1]$. $W = (w_1, w_2, \ldots, w_N)$ est le vecteur des revenus [2] associés à chacun des états $e = 1 \ldots N$. A chaque période k, si la matrice de transitions est P, le vecteur des *espérances de revenu* selon l'état de départ est alors $P^k.W$.

2.3 Stratégies

Compte tenu du phénomène de trappe touchant certaines situations de temps partiel, on peut envisager que des individus choisissent de refuser certains états, parce qu'ils sont associés à des revenus insuffisamment rémunérateurs. Par exemple un individu inemployé ($e=4$) percevant un revenu de remplacement peut

[2] On considère ici que les revenus sont des revenus nets, prenant en compte l'ensemble des gains et des coûts de l'état considéré (allocations, coûts de transport, impôts payés…) ainsi que l'utilité du loisir dont on supposera pouvoir calculer un équivalent monétaire.

souhaiter refuser un temps partiel court ($e=3$), jugé très peu ou pas du tout rémunérateur [3].

Remarquons immédiatement qu'un individu qui a intérêt, à une date t quelconque, à refuser un certain état, lorsqu'il vient d'un autre état, a aussi intérêt à adopter ce même comportement à la date t-1; une action adoptée à la première période est donc conservée par la suite et une stratégie optimale ne peut impliquer de changement d'action au cours du temps.

On suppose que chaque individu reçoit au plus une offre d'emploi par période : refuser un état $j < N$ conduit systématiquement à l'état N, de non-emploi. Dès lors, un individu dans l'état i, qui refuse un état j modifie sa matrice de transitions P en une matrice P', qui ne diffère de P qu'en deux valeurs : $P'_{ij} = 0$ et $P'_{iN} = P_{iN} + P_{ij}$.

A titre d'illustration la stratégie de refus de tout emploi à temps partiel court, lorsqu'on a pas d'emploi, implique - sur la matrice présentée au I.1 - les changement grisés ci-dessous :

Situation en t+1 En t	Emploi > 30h	15h < Temps partiel < 30h	Temps partiel < 15h	Non-emploi
Emploi > 30h	0.66	0.11	0.01	0.22
15h<Temps partiel<30h	0.50	0.24	0.05	0.21
Temps partiel < 15h	0.25	0.33	0.19	0.23
Non-emploi	0.44	0.05	0	0.51

On considérera par la suite les deux stratégies suivantes des individus :

(i) l'individu accepte tout ce qui lui est proposé et la matrice de transition qui le caractérise est la matrice P

(ii) il choisit, venant de certains états i, de refuser l'état j auquel il préfère le chômage. La nouvelle matrice de transition de cet individu, notée P', est alors obtenue à partir de P en portant, pour tous les i venant desquels on refuse l'état j, $P'_{ij} = 0$ et $P'_{iN} = P_{iN} + P_{ij}$ et en conservant tous les autres termes de P' égaux à ceux de P.

Le choix d'une stratégie revient ainsi au choix d'une matrice de transitions particulière obtenue soit en transformant la matrice P initiale en P', soit en conservant la matrice P.

[3] *cf.* Laurent-L'Horty [2000] pour plus de développements.

3. Choix d'une stratégie

3.1 Gains

Un individu caractérisé par un facteur d'actualisation d choisit la stratégie qui maximise l'espérance de la somme de ses revenus escomptés, appelée gain par la suite, *i.e* la stratégie correspondant à la matrice $\overline{P}$ qui maximise,

$$\left(\sum_{k=0}^{\infty} \delta^k \overline{P}^k\right) W = \left(Id - \delta\overline{P}\right)^{-1}.W \, ,$$

où Id désigne la matrice identité.

La propriété suivante permet de comparer les stratégies représentées correspondant à P et P' par un calcul sur une seule des deux matrices :

Propriété 1 (P1*)*

Le choix entre la stratégie *S1* d'acceptation de tous les états (matrice P) et la stratégie *S2* de refus de l'état j lorsque l'on vient de certains états (matrice P') se ramène à la comparaison des espérances de gain venant du dernier état et de l'état j, calculées avec les matrices P ou P'.

Preuve *:* *cf*. annexe 1

Cette propriété assure que deux matrices D et P telles que $D' = P'$ conduiront aux mêmes choix de stratégies.

3.2 Stratégies de refus

Par convention on appelle l'état *N*-1 " temps partiel court ", l'état N étant l'état de " non emploi ". Supposons que seul le temps partiel court soit caractérisé par le fait que le travail ne paie pas instantanément (trappe statique) ; dès lors un individu, venant d'un état *i* quelconque, peut avoir intérêt à refuser l'état *N-1*.[4]

On sait qu'un individu qui refuse le temps partiel court venant de l'état *i* modifie sa matrice de transitions P en une matrice P', identique à P sauf pour deux valeurs :

$$P'_{i,\,N-1} = 0 \quad \text{et} \quad P'_{iN} = P_{iN} + P_{i,N-1}$$

[4] Pour limiter le nombre de stratégies à comparer, les états $i < N$-1 sont supposés apporter une espérance de gains supérieure à celle de l'état *N*, et ce quel que soit le taux de préférence pour le présent. Ils sont donc toujours acceptés.

Notons P^* la matrice correspondant au refus systématique [5], *i.e.* venant de n'importe quel état, de l'état N-1. P^* est alors déduite de P en additionnant l'avant-dernière colonne à la dernière et en annulant l'avant-dernière : ceci revient à multiplier P (mais aussi P') à droite par $\begin{bmatrix} 1 & 0 & ... & ... & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & ... \\ ... & 0 & 1 & 0 & ... \\ ... & ... & 0 & 0 & 1 \\ 0 & ... & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Or d'après *(P1)* si P' est préférable à P, alors cela signifie que l'espérance de gains est supérieure venant du chômage que venant de l'état N-1, et ceci que l'on raisonne avec P ou P'. En utilisant ce résultat pour comparer P et P^*, ceci est vrai aussi en raisonnant sur P^*, donc P^* est préférable à P. Réutilisant *(P1)*, cette fois pour comparer P^* et P' (car P et P' ont le même P^* associé), on en déduit que la stratégie P^* domine P'.

Finalement, une stratégie de type $P' \neq P^*$ ne sera jamais meilleure que P^* ; au moment où l'individu doit choisir entre accepter ou non le temps partiel court, il compare cet état à l'état de non-emploi (auquel il accède en cas de refus), ce qui est indépendant de l'état où il se trouve : *la seule stratégie cohérente de refus de l'état N-1 venant de certains états est la stratégie P^* de refus systématique de N-1.*

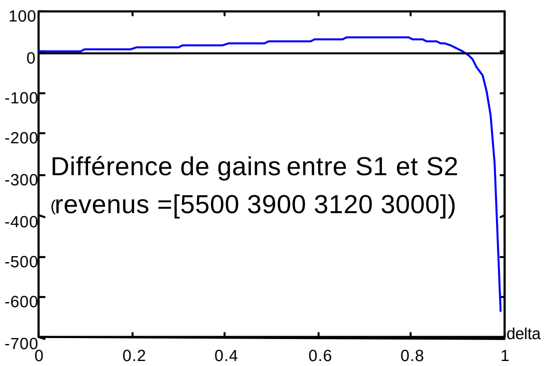
3.3 Rôle du taux de préférence pour le présent

Le choix de stratégie étant arrêté en fonction de la comparaison entre les espérances de revenu associées aux différentes stratégies (*cf.* annexe 1), la stratégie optimale d'un individu dépend directement de son facteur d'escompte d ; un exemple permet de s'en rendre compte.

Comparons pour cela les stratégies $S1$ (acceptation systématique de tous les emplois) et $S2$ (refus de l'état 3) dans le cas où la matrice de transition est

[5] Notons que la matrice de transitions P^* correspondant à la stratégie de refus systématique de l'état N-1 n'est ni irréductible, ni récurrente, mais que les résultats sur les chaînes de Markov sont néanmoins conservés en considérant la matrice déduite de P^* en supprimant l'avant-dernière ligne et l'avant-dernière colonne. En pratique les calculs de probabilité invariante pourront être menés aussi bien sur cette nouvelle matrice que sur P^*.

initialement $P = \begin{bmatrix} 0.55 & 0.15 & 0.25 & 0.05 \\ 0.15 & 0.5 & 0.3 & 0.05 \\ 0.1 & 0.1 & 0.45 & 0.35 \\ 0.15 & 0.05 & 0.37 & 0.43 \end{bmatrix}$, et le vecteur des revenus $W = \begin{pmatrix} 5500 \\ 3900 \\ 3120 \\ 3000 \end{pmatrix}$. Pour déterminer la meilleure de ces deux stratégies du point de vue d'un individu, on trace selon d la différence entre les espérances de gains :



Un individu qui a un fort taux de préférence pour le présent (d faible) va préférer la stratégie $S1$ parce qu'il voit surtout le gain de revenu qu'entraîne l'acceptation de l'état 3 par rapport à l'état 4, alors qu'un individu ayant un faible taux de préférence pour le présent (d fort) va préférer la stratégie $S2$ car il voit le gain à long terme dû aux meilleures chances d'évolution venant de l'état 4 que de l'état 3.

Si P est quelconque, on ne peut donc, *a priori*, dégager aucun résultat général. C'est pourquoi nous allons nous intéresser maintenant aux matrices P respectant certaines propriétés.

4. Trappe statique *versus* trappe dynamique

De façon générale, on dit qu'il y a *trappe statique* dans un état, si le revenu net associé à cet état est plus faible que celui associé à un état dans lequel le nombre d'heures de travail est moindre. On considère que seul l'état N-1, *i.e* les temps partiels courts, est susceptible d'être associé à une trappe statique [6].L'ampleur de la trappe statique en l'état N-1 est défini comme la différence des revenus entre l'état de non-emploi et l'état N-1.

On dira qu'il y a une *trappe dynamique* pour un individu de type d si celui-ci a intérêt à refuser l'état $N-1$, c'est-à-dire si la stratégie de refus de l'état $N-1$ lui assure une espérance de gains supérieure à toute stratégie impliquant l'acceptation de cet état. L'appellation de *trappe dynamique* est justifiée par le fait que ceci constitue bien une trappe à inactivité puisque, *quelle que soit la matrice de transition*, un individu qui adopte une stratégie de refus a asymptotiquement une probabilité plus grande de se retrouver dans l'état de non-emploi qu'en adoptant une stratégie d'acceptation (*cf*. annexe 2).

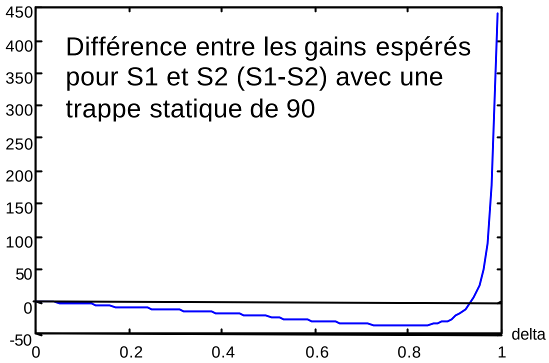
Bien que ces deux notions semblent liées, on ne peut pas dans le cas général dire que l'une implique l'autre : en effet dans l'exemple présenté en II.3, il n'y a pas de trappe statique (le travail paie instantanément) mais il y a une trappe dynamique pour tout individu caractérisé par un faible taux de préférence pour le présent (d élevé).

En revanche, si la matrice de transitions et le vecteur de revenu sont,

$$P = \begin{bmatrix} 0.55 & 0.15 & 0.25 & 0.05 \\ 0.15 & 0.5 & 0.3 & 0.05 \\ 0.1 & 0.1 & 0.45 & 0.35 \\ 0.1 & 0.05 & 0.4 & 0.45 \end{bmatrix} \qquad \text{et} \qquad W = \begin{bmatrix} 5500 \\ 3900 \\ 2910 \\ 3000 \end{bmatrix},$$

alors la trappe statique de 90 est une trappe dynamique pour les d faibles mais n'en est pas une pour les d forts (voir graphique ci-dessous) : les probabilités d'accès à l'emploi étant plus fortes lorsque l'on vient du temps partiel court que lorsqu'on vient du chômage, seul un individu avec un faible taux de préférence pour le présent voit - au delà de la trappe statique - l'intérêt qu'il a à accepter le temps partiel court.

[6] Les choix faits sur les états nous assurent que les revenus sont classés en ordre décroissant pour les états autres que ceux en lesquels il y a une trappe statique.



Dans le cas général, *(i)* une trappe statique peut être associée, ou non, à une trappe dynamique et *(ii)* une trappe dynamique peu apparaître même en l'absence de trappe statique. Cela signifie que, si on raisonne de façon intertemporelle, *(i)* une trappe statique n'implique pas nécessairement l'existence de problèmes d'incitation, mais aussi que *(ii)* des problèmes d'incitation peuvent exister même en l'absence de trappe statique, si les perspectives de revenus liés à l'évolution future dans l'emploi sont insuffisantes (transitions défavorables).

4.1 Conditions de sommation

On va maintenant se restreindre à l'étude d'une famille de matrices de transition vérifiant des conditions " réalistes " dites *conditions de sommation*.

Définition : une matrice de transitions P vérifie les conditions de sommation si les ($\sum_{j=1}^{p} P_{ij}$), pour tout p fixé, sont décroissantes en i.

Cette condition, stable pour la multiplication (*cf*. annexe 2), signifie que la probabilité d'arriver à la période suivante dans des états élevés est d'autant plus grande que l'on part d'un état élevé.

Propriété 2 (P2)

Toute matrice respectant les conditions de sommation vérifie la propriété suivante :

$$\forall n \in \mathrm{N}, \forall i \in [1..N], \forall p \in [1..N], \sum_{j=1}^{p} P_{ij}^{n} - P_{ij}^{*n} \geq 0$$

Preuve *: cf*. annexe 5

Cette propriété signifie que la probabilité d'être dans un état élevé (un des p premiers états) au bout de n périodes est supérieure lorsqu'on adopte la stratégie d'acceptation plutôt que toute autre stratégie de refus, et ceci quel que soit l'état i de départ. Faisant tendre n vers l'infini, la propriété sera également vraie pour les probabilités invariantes ; en particulier ($p=1$), la probabilité d'évoluer à long terme vers l'emploi à temps plein est supérieure lorsqu'on adopte la stratégie d'acceptation.

Ces conditions de sommation généralisent les *conditions de proximité* énoncées dans Laurent-L'Horty [2000] (*cf.*annexe 6 pour une démonstration).

- **Interprétation sans trappe statique**

S'il n'y a pas de trappe statique, alors les revenus $W = (w_1, w_2, \ldots, w_N)$ sont décroissants avec l'état. Sous les conditions de sommation, *(P2)* permet de déduire qu'à toute période n, la stratégie qui consiste d'acceptation donne une meilleure espérance de revenu que la stratégie de refus, *i.e.* $(P^n - P^{*n}).W \geq 0$. [7]

La stratégie d'acceptation est donc la meilleure stratégie du point de vue intertemporel, et ce quel que soit le taux de préférence pour le présent de l'individu. Ceci est intuitif : en l'absence de trappe statique, l'individu fait un gain immédiat (éventuellement nul) en acceptant l'emploi et améliore en outre, sous les conditions de sommation, ses probabilités d'évolution ultérieure favorable (par le jeu des transitions sur le marché du travail).

- **Cas d'une trappe statique sur l'état *N*-1**

On s'intéresse à présent au cas où seul le revenu par période de l'état N-1 est inférieur à celui du l'état N. L'état N-1 ne paie donc pas instantanément et on parle alors, selon notre définition, de trappe statique ; le montant T de cette trappe étant défini par la différence des revenus entre l'état N et l'état N-1, le vecteur de revenus s'écrit :

$$W = (w_1, w_2, \ldots, w_{N-2}, w_N - T, w_N,)$$

Les deux stratégies que l'on cherche à comparer sont *(i)* *S1* = acceptation systématique de tous les états, et *(ii)* *S2* = refus de l'état N-1.

L'expression analytique de la différence des gains entre ces deux stratégies est : $\sum_{n=0}^{\infty} d^n \sum_{k=1}^{N} (P_{ik}^n - P_{ik}^{*n}) w_k$ et *(P1)* assure que le signe de cette différence est indépendant de l'état de départ i.

A d fixé, la différence de gain est linéaire décroissante en la trappe T ; il existe donc une valeur maximale de T, indépendante de l'état de départ, au-delà de

[7] ce résultat est une conséquence du lemme démontré en annexe 4, appliqué pour tout n à $X = W = (w_j)_{1\leq j\leq N}$ positive décroissante et $Y = (P_{kj}^n - P_{kj}^{*n})_{1\leq j\leq N}$ qui vérifie les propriétés voulues

laquelle un agent caractérisé par un taux de préférence pour le présent r n'a plus intérêt à choisir la stratégie d'acceptation .

On appelle trappe maximale admissible (*trappemax* ou T_{max}), la valeur de T qui – pour un taux de préférence pour le présent donné – annule la différence entre les gains associés à *S1* et *S2*. La trappe maximale admissible est la plus grande valeur de T compatible avec l'adoption, par un individu d, de la stratégie d'acceptation *S1 i.e.* la plus grande trappe statique qui n'engendre pas de trappe dynamique.

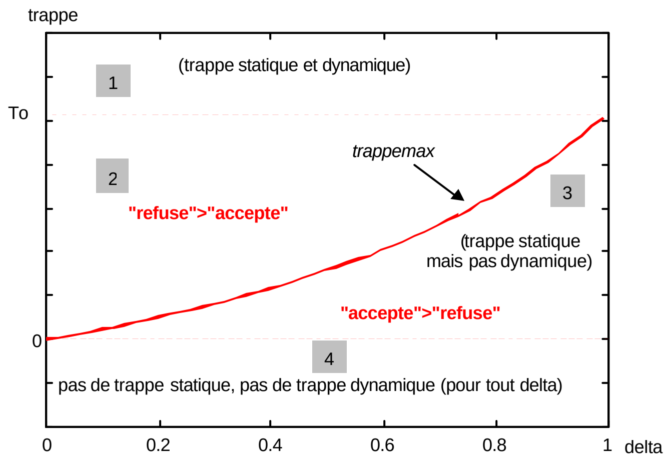
Propriété 3 (P3)

La trappe maximale T_{max} est décroissante en r et converge quand $r \rightarrow 0$ vers une valeur seuil qui est la valeur de la trappe statique qui annule la différence des revenus asymptotiques

Preuve : *cf*. annexe 7

Ce résultat est intuitif : plus l'individu a un taux de préférence pour le présent fort, plus il est sensible à la perte immédiate de revenu due à la trappe statique et moins il est sensible à ses possibilités d'évolution à moyen ou long terme : la trappe maximale qu'il peut supporter est donc d'autant plus faible.

Le graphique ci-dessous figure la trappe maximale admissible en fonction du facteur d'actualisation et permet d'identifier la stratégie que l'individu va adopter suivant la valeur de la trappe statique :



Si le couple (trappe statique, d) est sous la courbe figurant T_{max}, l'individu adopte la stratégie d'acceptation *S1*; dans le cas contraire la stratégie de refus *S2* lui assure une espérance de gains supérieure. Ceci permet de délimiter quatre zones dans le plan (trappe statique, d) :

- *Zone 1* : la trappe statique est supérieure à une valeur T_0. Elle est désincitative quelle que le taux de préférence pour le présent : même très faible ce dernier ne permet pas de combler l'ampleur de la trappe statique qui est également une trappe dynamique. L'individu n'a pas intérêt à accepter l'emploi.
- *Zone 2* : en dessous de T_0 et au-dessus de T_{max} . Comme dans la *zone 1* il y a à la fois trappe statique et trappe dynamique mais contrairement au cas précédent, le caractère désincitatif de la trappe statique met en jeu le taux de préférence pour le présent : la trappe dynamique est due à la combinaison d'une trappe statique et d'un taux de préférence pour le présent trop fort relativement à celle-ci. L'individu n'a pas intérêt à accepter l'emploi.
- *Zone 3* : entre T_{max} et la droite $T = 0$. Il existe toujours une trappe statique mais pas de trappe dynamique : le taux de préférence pour le présent est suffisamment faible pour que, malgré la trappe statique, compte tenu de ses possibilités de transitions sur le marché du travail et des variations de revenus associées à ces transitions l'individu ait intérêt à accepter l'emploi qui lui est proposé.
- *Zone 4* : sous la droite $T = 0$: il n'y a pas de trappe statique et l'individu est prêt à accepter tous les types d'emploi, quel que soit son taux de préférence pour le présent.

Ainsi, *sous les conditions de sommation*, il ne peut y avoir de trappe dynamique, i.e. de désincitation à la reprise d'emploi sans trappe statique. L'existence d'une trappe statique, n'implique cependant pas nécessairement celle de problèmes incitatifs ; ceux-ci n'apparaissent en effet que pour les trappes statiques très fortes (*zone 1*) ou des taux de préférence pour le présent trop élevés eu égard à l'ampleur de la trappe statique (*zone 2*). Ils ne se posent pas pour les individus caractérisés par un taux de préférence pour le présent suffisamment faible (*zone 3*). En particulier, pour des valeurs réalistes – *i.e.* modérées – de la trappe statique et du taux de préférence pour le présent, un individu est toujours disposer à accepter tous les types d'emploi : même s'il est de fait au chômage, un tel individu ne peut donc être considéré comme un “ chômeur volontaire ”.

Remarque

On a supposé (*cf.* note 3) que les gains obtenus en partant des états autres que N et N-1 sont plus élevés que les gains partant de N ou N-1, ce qui justifie que les stratégies de refus ne portent que sur l'état N-1.

Or, sous les conditions de sommation, soit *(i)* “ *Accepter tout* ” domine “ *Refuser l'état N*-1 ” et alors les gains sont ordonnés en ordre décroissant selon l'état de départ (*cf.* annexe 8), soit *(ii)* “ *Refuser l'état N*-1 ” domine “ *Accepter tout* ” et raisonnant sur P^* à laquelle on a supprimé la colonne de zéros et l'avant-dernière ligne, on a une matrice respectant les conditions de sommation et un vecteur des revenus décroissant en les états. Les gains obtenus, hors le gain obtenu en partant de l'état N-1, sont donc ordonnés en ordre décroissant selon les états de départ. En outre puisque P^* domine P, le gain obtenu partant de l'état N est supérieur au gain obtenu partant de l'état N-1.

Les conditions données *a priori* sur les gains pour énumérer les stratégies sont donc vérifiées *a posteriori* et les stratégies considérées couvrent bien l'ensemble des stratégies possibles.

4.2 Matrices ne respectant pas les conditions de sommation

Sous les conditions de sommation, on a vu que l'existence d'une trappe statique est une condition nécessaire à l'apparition d'un problème d'incitation, *i.e.* d'une trappe dynamique, mais qu'il ne s'agit pas d'une condition suffisante. Si l'on sort des conditions de sommation, pour se placer dans le cadre le plus général, l'existence d'une trappe statique n'est plus une condition nécessaire à l'apparition d'un problème d'incitation : *il peut exister une trappe dynamique même en l'absence de trappe statique*. Des stratégies consistant à refuser d'autres états que l'état N-1 peuvent donc apparaître ; toutefois, en supposant que les états autres que l'état N-1 apportent une espérance de gains supérieure au chômage, on se ramène encore à la comparaison des deux stratégies : (S1) = acceptation de tous les emplois et (S2) = refus systématique du temps partiel court (*i.e.* de l'état N-1).

On peut alors définir la trappe maximale admissible T_{max} de la même façon que dans le cas des matrices respectant les conditions de sommation et son expression est identique :

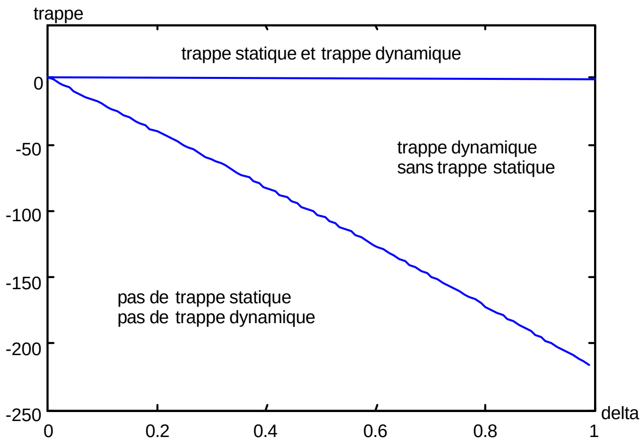
$$T_{max}\left(\boldsymbol{d},P,W\right) = gains_{ST,P^*}(N-1) - gains_{ST,P^*}(N)$$

Là encore, pour un $\boldsymbol{d}$ fixé, l'individu a intérêt à adopter la stratégie d'acceptation si et seulement si la trappe statique T est inférieure à T_{max}. Néanmoins T_{max} n'est plus nécessairement croissante en $\boldsymbol{d}$ ni même positive.

Exemple

Pour la matrice figurant les probabilités de transitions sur le marché du travail des hommes (hors temps partiel choisi) telle qu'elle est donnée en I.1 et le vecteur revenu W = (5500, 3900, 3000 − T, 3000), le lien entre T_{max} et $\boldsymbol{d}$ est représenté sur le graphique ci-dessous.

T_{max} est décroissante en δ et toujours négative. La trappe statique en dessous de laquelle il n'y a pas de problème d'incitation est donc toujours négative, ce qui signifie qu'il ne suffit pas que l'état N-1 rapporte plus que l'état N (absence de trappe statique) pour qu'il n'y ait pas de problèmes d'incitation en dynamique ;il faut en effet pour cela que l'état N-1 rapporte *suffisamment* plus que l'état N et même d'autant plus que le taux de préférence pour le présent est faible.



Il peut ainsi y avoir des *problèmes d'incitation même en l'absence de trappe statique*; ce résultat est intuitif : les probabilités d'accès à l'emploi à temps plein étant plus faibles pour l'individu s'il travaille à temps partiel court que si il reste dans l'état de non-emploi, plus l'individu a un taux de préférence pour le présent faible, plus il voit qu'à long terme le temps partiel lui offre des perspectives d'évolution moindres, et est donc tenté de le refuser si le gain immédiat qui lui est associé n'est pas *suffisamment* élevé.

Remarque

Le fait que des matrices de transitions ne vérifiant pas les conditions de sommation puissent être observées, signifie qu'il existe des situations où la probabilité d'arriver à la période suivante dans des états élevés est d'autant plus *faible* que l'on part d'un état élevé. L'origine de telles situations, *a priori* surprenantes, est à rechercher dans la confrontation de forces exerçant des influences opposées sur les probabilités de transition vers un meilleur emploi.

Le fait de trouver un autre emploi conditionnellement au nombre d'heures actuellement travaillées est en effet soumis à deux effets : *(i)* un individu qui travaille peu, voire pas du tout, est considéré par les employeurs comme manifestant une faible employabilité (effet de stigmatisation), *(ii)* plus le temps de travail d'un agent est faible, plus il est disponible pour rechercher effectivement un emploi (effet intensité de l'effort de recherche). Ces deux effets sont opposés et les *conditions de sommation* reviennent simplement à supposer que le premier est plus important que le second. Dans le cas symétrique, les conditions de sommation ne sont pas satisfaites.

5. Chocs sur les variables

Afin de mieux identifier la nature et l'origine d'éventuels problèmes d'incitation à la reprise d'emploi, on étudie dans cette partie la façon dont est affectée la trappe maximale admissible T_{max} lorsqu'un choc affecte les variables exogènes du problème.

T_{max} délimitant les zones où l'individu adopte l'une ou l'autre des stratégies ($S1$) ou ($S2$) en fonction de la valeur de la trappe statique et du taux de préférence pour le présent, un choc sera qualifié d'*incitatif* si la superficie de la zone où l'individu adopte la stratégie (S*1*),“Accepter tout”, augmente. Dans le cas contraire le choc sera qualifié de *désincitatif*. Comme précédemment, on supposera que la matrice P perçue par l'individu respecte les conditions de sommation.

5.1 Chocs sur le vecteur des revenus

- **Hausse du salaire horaire net**

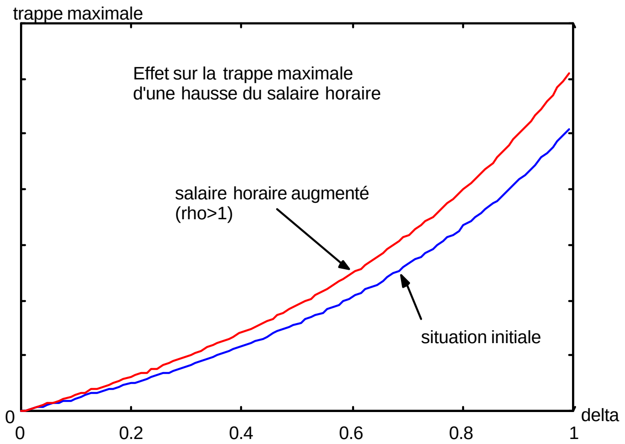
Une hausse du salaire horaire net (hausse du Smic, baisse des cotisations salariales, exonération de CSG, etc.) revient à multiplier par r les revenus associés aux états d'emploi, *i.e.* les N -2 premiers revenus.

(i) effet sur la trappe maximale

La trappe maximale calculée avec ce nouveau vecteur de revenus est supérieure à l'ancienne, puisque la différence entre les deux est :

$$(r-1)\sum_{k\geq 0} d^k \left[P^{*k}_{N-1,1} - P^{*k}_{N,1} \quad \dots \quad P^{*k}_{N-1,N-2} - P^{*k}_{N,N-2} \right] \begin{bmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_{N-2} \end{bmatrix},$$

quantité positive en vertu du lemme établit dans de l'annexe 4 (P^* respecte les conditions de sommation). La situation est donc la suivante :



(ii) effet de la modification simultanée de la trappe statique

Il est clair qu'on ne peut uniquement raisonner à trappe statique fixée, car la modification du vecteur des revenus change *a priori* la valeur de la trappe statique apparente. Pour s'en convaincre il suffit, par exemple, de considérer le cas d'un bénéficiaire du Rmi. Très schématiquement, si le Rmi est de 2000 FF et l'allocation logement de 1000 FF–0,3.*R* où *R* note le revenu salarial, un allocataire du Rmi qui ne travaille pas touche 3000FF alors qu'un individu travaillant à temps partiel pour 1500 FF gagne, compte tenu du caractère différentiel du Rmi, : 1500 FF + 500 FF + (1000 FF – 0,3.1500 FF) = 2550 FF. La trappe statique est donc de 450FF.

Supposons maintenant que le revenu salarial *R* augmente de 10% : à 1650 FF celui-ci est encore inférieur au Rmi. Pour un individu à temps partiel, le revenu hors allocation logement est donc toujours de 2000 FF (1650 FF + 350 FF) mais l'allocation logement est passée de 550 FF à 505 FF : on obtient ainsi un revenu global de 2505 FF correspondant à une trappe statique de 495 FF *i.e.* augmentée de 10%.

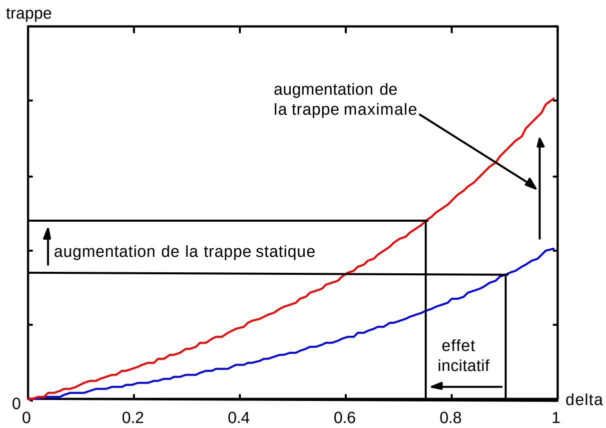
Si l'augmentation du revenu salarial est plus importante, par exemple de 50%, alors le revenu salarial dépasse le niveau du Rmi pour atteindre 2250 FF. L'individu à temps partiel touche alors 2250 FF + (1000 FF–0,3. 2250FF) = 2575 FF et la trappe statique n'est plus que de 425 FF.

Finalement, les variations de la trappe statique à la suite d'un choc multiplicatif r affectant les salaires sont les suivantes : *(i)* ou bien l'augmentation du revenu salarial ne permet pas de sortir du Rmi et la trappe statique est multipliée par r, *(ii)* ou bien l'augmentation du revenu salarial permet de sortir du Rmi et la trappe statique peut diminuer.

Dans tous les cas, la trappe statique est au plus multipliée par r. Pour mesurer un éventuel effet incitatif, il suffit donc de comparer la nouvelle trappe maximale avec l'ancienne multipliée par r. La différence entre la trappe maximale résultant de l'augmentation du salaire net et l'ancienne multipliée par r est

$$\sum_{k\geq 0}(1-r)d^k w_N\left[P^{*k}_{N-1,N-1}-P^{*k}_{N,N-1}\quad P^{*k}_{N-1,N}-P^{*k}_{N,N}\right]\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$$

qui est positive car P^* respecte les conditions de sommation.



L'effet désincitatif de l'accroissement de la trappe statique est ainsi complètement compensé par l'augmentation de la trappe maximale : *une hausse du revenu salarial a, donc toutes choses égales par ailleurs, un effet incitatif*. Néanmoins à cause de la hausse induite de la trappe statique, l'effet total est moindre que celui donné par la seule augmentation de la trappe maximale admissible.

- **Augmentation des revenus de remplacement**

Dans le cas d'une hausse des indemnités chômage ou des minimas sociaux, le revenu w_N du dernier état est augmenté d'un montant Δw_N.

(i) effet sur la trappe maximale

La différence entre la nouvelle trappe maximale et l'ancienne est :

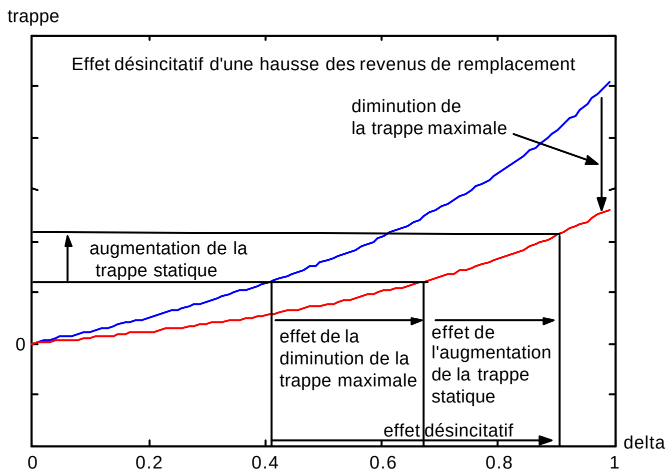
$$\sum_{k\geq 0} d^k \times \Delta w_N\left[P^{*k}_{N-1,N-1}-P^{*k}_{N,N-1}\quad P^{*k}_{N-1,N}-P^{*k}_{N,N}\right]\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}\leq 0$$

A d fixé, la trappe maximale diminue donc, ce qui a un effet désincitatif.

(ii) effet de la modification simultanée de la trappe statique

En reprenant l'exemple numérique du paragraphe précédent, on constate que la trappe statique augmente nécessairement : soit l'état *N*-1 correspondait à un état de Rmi et la trappe calculée sur la base des revenus salariaux est inchangée, soit l'état *N*-1 était un état hors Rmi et les allocations sont inchangées tandis que la différence entre les revenus salariaux et le Rmi diminue ce qui augmente la trappe statique.

L'effet désincitatif mis en évidence en *(i)* ne peut donc qu'être renforcé par la prise en compte de l'augmentation éventuelle de la trappe statique.



A matrice de transitions inchangée, une augmentation des revenus de remplacement rend la stratégie de refus moins pénalisante en termes de revenus ; le taux de préférence pour le présent à partir duquel l'individu adopte la stratégie (*S*1) d'acceptation est donc d'autant plus faible. *Une augmentation des revenus de remplacement a, toutes choses égales par ailleurs, un effet désincitatif.*

Remarque

Une augmentation simultanée et du même pourcentage des revenus de remplacement et du salaire horaire net n'a aucun effet sur le choix stratégique de l'individu : les espérances de gains associés à l'une où l'autre stratégie augmentent en effet dans les mêmes proportions.

5.2 Choc sur la matrice de transitions

Il s'agit ici d'identifier les conséquences en termes incitatifs d'un choc affectant les conditions d'accès à l'emploi (révision pessimiste des probabilités de transition à la suite, par exemple, d'une récession). On admet pour cela que les conditions d'accès à tous les types d'emploi subissent le choc dans les mêmes proportions, ce qui revient à multiplier par un même facteur g les N-1 premières colonnes de la matrice P (celles qui traduisent une transition vers l'emploi).

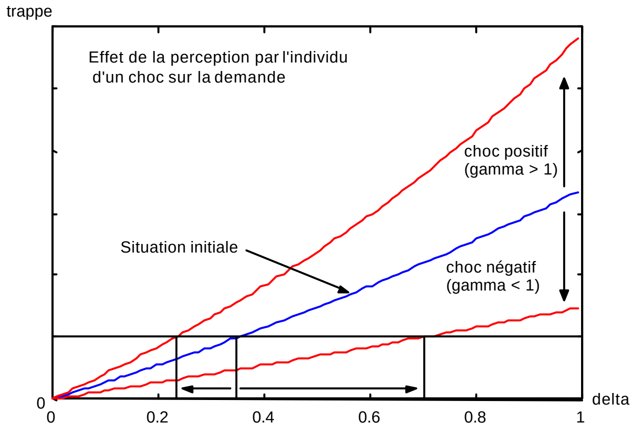
Si $P(1) = \begin{bmatrix} P_{11} & \dots & P_{1N} \\ \dots & & \dots \\ P_{N1} & \dots & P_{NN} \end{bmatrix}$ est la matrice initiale, la matrice de transitions pertinente après le choc s'écrit donc simplement :

$$P(g) = \begin{bmatrix} g.P_{11} & \dots & \dots & 1-g+g.P_{1N} \\ \dots & & & \dots \\ g.P_{N-1,1} & \dots & \dots & 1-g+g.P_{N-1,N} \\ g.P_{N1} & \dots & \dots & 1-g+g.P_{NN} \end{bmatrix}.$$

On montre en annexe 9 que, pour tout $g \in [0,1]$, un individu qui adopte la stratégie " *accepter tous les emplois* " en considérant la matrice $P(g)$ adopte aussi cette stratégie avec *P=P(1).*

Une détérioration des perspectives d'accès à l'emploi (ou tout choc perçu comme tel par l'individu) incite donc davantage d'individus à refuser les emplois à temps partiel non immédiatement rémunérateurs ; en effet, après un tel choc, non seulement ces emplois ne payent pas immédiatement mais il devient également moins probable qu'ils payent à long terme.

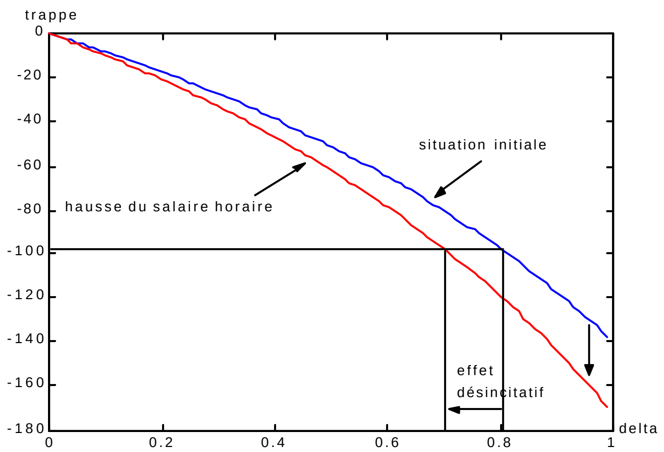
Une révision pessimiste des perspectives d'emploi a donc, toutes choses égales par ailleurs, un effet désincitatif ; une révision optimiste des perspectives d'emploi ($g > 1$) a au contraire, et pour des raisons symétriques, un effet incitatif. Ainsi, une reprise de l'activité qui facilite uniformément l'accès à tous les types d'emploi produit en elle même, *à vecteur de revenu inchangé,* des effects incitatifs.



5.3 Remarque

Les effets des chocs ont été étudiés pour des matrices de transitions respectant les conditions de sommation. En l'absence de ces conditions, les résultats qualitatifs sont très sensibles aux variables exogènes.

Par exemple $P = \begin{bmatrix} 0.55 & 0.15 & 0.25 & 0.05 \\ 0.15 & 0.5 & 0.3 & 0.05 \\ 0.1 & 0.1 & 0.45 & 0.35 \\ 0.15 & 0.05 & 0.38 & 0.42 \end{bmatrix}$ respecte les conditions de sommation sauf pour la première colonne. Pourtant avec un vecteur de revenus W = (5500, 3900, 3000, 3000), un choc positif sur le salaire horaire peut avoir un effet globalement désincitatif (désincitatif si la trappe statique augmente, ambigu sinon).



6. Simulations

L'objet de cette section est de présenter le résultats de simulations numériques illustrant les écarts qui peuvent exister - compte tenu de la valeur du taux de préférence pour le présent - entre l'ampleur d'une trappe statique et celle d'une trappe dynamique.

Pour effectuer ces simulations, on doit disposer d'une évaluation des paramètres exogènes du modèle ; on est ainsi confronté à trois type de problèmes : *(i)* on ne connaît pas la matrice de transition utilisée par l'individu au moment où il effectue son choix stratégique, *(ii)* on ne dispose que d'informations incomplètes sur son vecteur de « revenus », puisque celui-ci intègre à la fois des éléments monétaires (salaires, prestations sociales, fiscalité sur les revenus…) et non monétaires (valorisation des différents statuts sur le marché du travail, coûts de recherche d'emploi, coûts liés à l'occupation d'un emploi, désutilité du travail etc.), *(iii)* on ne connaît pas la valeur du taux de préférence pour le présent de l'individu.

Pour se donner une distribution réaliste des probabilités de transition entre les différents types d'emplois sur le marché du travail, on suppose ici que l'individu utilise pour ses calculs la matrice de transition du groupe de référence auquel il appartient, telle qu'elle est donnée par l'enquête Emploi.

Nos groupes de références sont constituées par un croisement de l'âge, du niveau de diplôme et du statut matrimonial. Pour chacune de ces variables, nous avons retenu deux modalités en distinguant : les individus de moins de 25 ans et ceux âgés de 26 à 50 ans ; ceux qui ont moins que le baccalauréat et ceux qui ont le baccalauréat ou plus ; enfin les célibataires et ceux qui vivent en couple. On dispose ainsi de huit groupes de références issus du croisement de ces trois variables.

Les matrices de transition sont tirées de l'Enquête Emploi 2000 et concernent l'ensemble des salariés hors fonction publique mais y compris contrats aidés (où la fréquence des temps partiels est forte). On distingue quatre statuts d'emploi selon la durée effective du travail : emploi de plus de 35 heures, de 25 à 34 heures, de moins de 25 heures et non emploi. On a écarté du champ d'observation tous les individus à temps partiel ne souhaitant pas travailler davantage (temps partiel choisi) et tous les individus en non emploi déclarant ne pas rechercher d'emploi. Les matrices initiales ont été renormalisées à cette fin et sont de format (4,4).

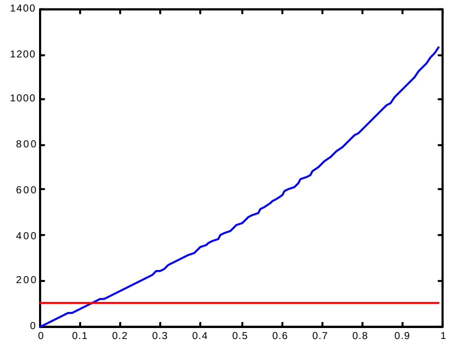
Concernant le vecteur de revenu, on a retenu les salaires moyens de chaque catégorie de travailleurs dans l'Enquête Emploi ; il s'agit d'un indicateur imparfait de l'utilité instantanée tirée de l'emploi, qui néglige l'ensemble des autres éléments - monétaires ou non - associés à l'activité. Ces salaires sont plus faibles pour les moins de 25 ans, quel que soit leur niveau de diplôme et leur configuration matrimoniale, plus faible pour les peu diplômés, quelle que soit leur configuration matrimoniale, et plus faible pour les célibataires toutes choses égales par ailleurs.

Pour le niveau du revenu de remplacement, on a retenu la même valeur, de 3200 FF mensuel, pour l'ensemble des catégories. Il s'agit d'une hypothèse forte qui devrait être relachée dans des travaux ultérieurs : le revenu de remplacement est en effet certainement plus faible pour les individus de moins de 25 ans, qui n'ont le plus souvent pas droit au RMI et qui disposent généralement d'allocations chômage moins élevées compte tenu de leur trajectoire antérieure sur le marché de l'emploi. Il est par ailleurs plus élevé pour les couples, surtout s'ils ont des enfants, compte tenu des modalités d'attribution du RMI et des prestations familiales. Nous avons cependant retenu une valeur unique par souci de simplicité et pour mieux illustrer l'écart entre trappe statique et dynamique. Compte tenu des choix effectués pour les revenus d'activité, cette valeur du revenu de remplacement exagère l'importance des trappes statiques. On se situe donc dans *un contexte défavorable où la décision effectuée dans un cadre intertemporel a peu de chances d'infirmer la décision qui ne prendrait en compte que les gains statiques*[8].

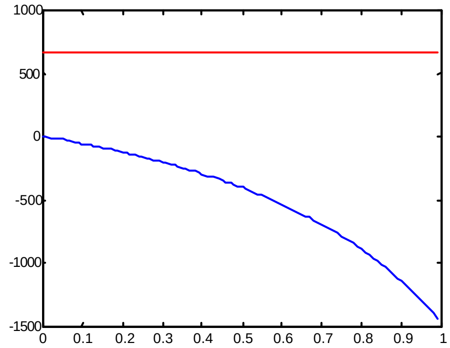
Les stratégies comparées sont ($S1$), « accepter tout », et ($S2$), «refuser le temps partiel de moins de 25 heures » ; les simulations figurent en ordonnées la trappe et en abscisse le facteur d'escompte : la droite horizontale donne ainsi , pour chacun des groupes, la valeur T de la trappe statique associée à son vecteur de revenus, tandis que l'autre courbe représente les valeurs de T_{max} pertinentes pour différents niveaux du taux de préférence pour le présent.

Sous ces hypothèses, la trappe statique est également une trappe dynamique si et seulement si $T > T_{max}$ (puisque T_{max} est la valeur maximale de la trappe statique compatible avec le fait qu'à long terme le travail paye). Dans ce cas, il y a bien un problème d'incitation à la reprise d'emploi et la stratégie optimale d'un agent est de refuser les temps partiel courts.

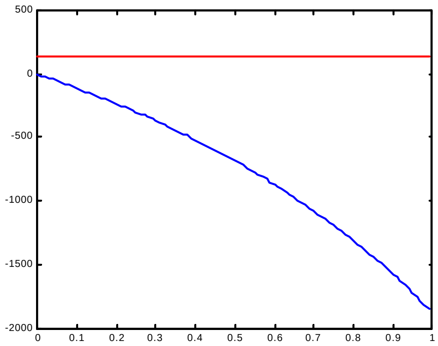
[8] La décision d'activité et le choix de la stratégie d'acceptation ou de refus d'un certains type d'emploi est théoriquement insensible à une augmentation proportionnelle de l'ensemble des éléments du vecteur de revenu (cf. section 4.1).



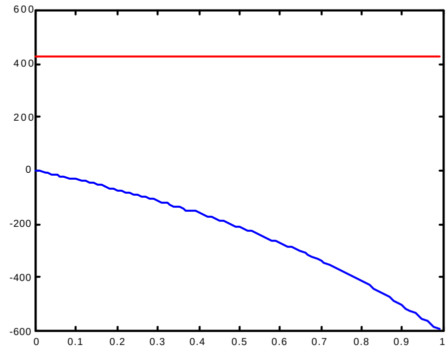
< 25 ans - couple - > bac



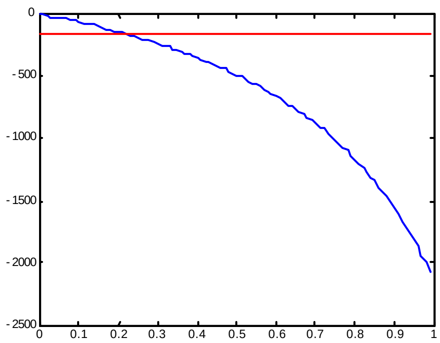
< 25 ans - couple - < bac



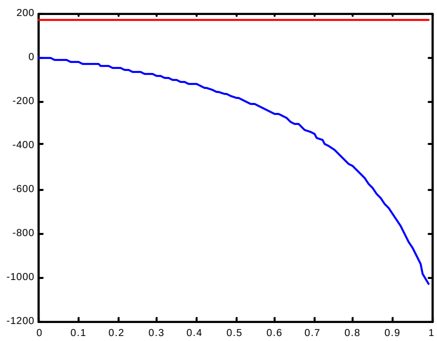
< 25 ans - célibataire - > bac



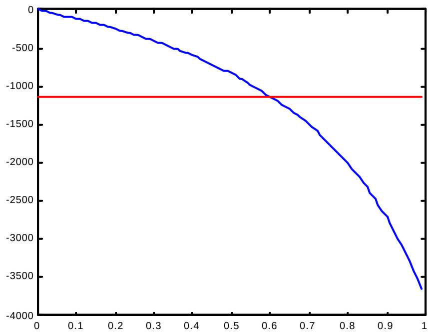
< 25 ans - célibataire - < bac



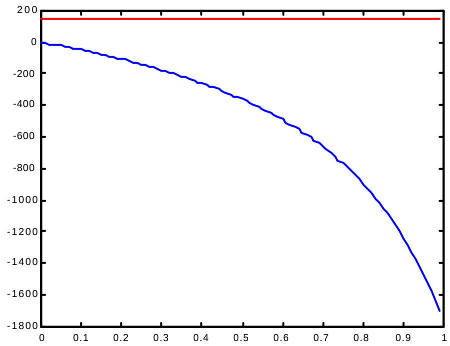
25-49 ans - célibataire - > bac



25-49 ans - célibataire - < bac



25-49 ans - couple - > bac



25-49 ans - couple - < bac

Si au contraire, $T < T_{max}$ la trappe statique, quelle que soit son importance, n'engendre pas de trappe dynamique et la stratégie optimale d'un agent est d'accepter les temps partiels courts, même si à *court terme* ceux-ci ne sont pas rémunérateurs. C'est le cas des jeunes diplômés vivant en couple : pour toutes les valeurs réalistes du taux de préférence pour le présent (<700%) la trappe statique T=100 n'engendre pas de problèmes d'incitation à la reprise d'emploi quand on pause le problème dans un cadre dynamique.

On obtient un résultat symétrique pour les adultes diplômés et ce quelle que soit leur situation matrimoniale : pour des valeurs raisonnables du taux de préférence pour le présent (< 65% pour les individus vivant en couple, < 370% pour les célibataires) il existe une trappe dynamique malgré le fait que le travail soit immédiatement – et même fortement dans le cas d'un individu en couple – rémunérateur (trappe statique négative).

Ce résultat, impossible à observer si la matrice de transition satisfait les conditions de sommation, s'interprète aisément : il signifie que les probabilités de transitions sur le marché du travail sont telles qu'en acceptant un emploi à temps partiel un individu s'enferme dans cette catégorie d'emploi, perdant ainsi ses chances d'obtenir ultérieurement un temps plein ou au moins un temps partiel long. Dans une telle situation, même si le temps partiel court est financièrement immédiatement attractif, la stratégie optimale de l'agent est de le refuser pour ne pas hypothéquer trop fortement ses possibilités de transitions ultérieures vers des emplois encore plus rémunérateurs ; seule une forte préférence pour le présent peut alors inciter l'individu à accepter l'emploi qui lui est proposé.

L'ensemble des résultats est résumé par le tableau ci-dessous :

	Nature des problèmes incitatifs Caractéristiques	Trappe Statique > 0	Trappe dynamique $\forall\ r$	Trappe dynamique ssi $r > r_0$	Trappe dynamique ssi $r < r_0$
1	< 25 ans – couple – > bac	✓		✓	
2	< 25 ans – couple – < bac	✓	✓		
3	< 25 ans – célibataire – > bac	✓	✓		
4	< 25 ans – célibataire – < bac	✓	✓		
5	25-49 ans – couple – > bac				✓
6	25-49 ans – couple – < bac	✓	✓		
7	25-49 ans – célibataire – > bac				✓
8	25-49 ans – célibataire – < bac	✓	✓		

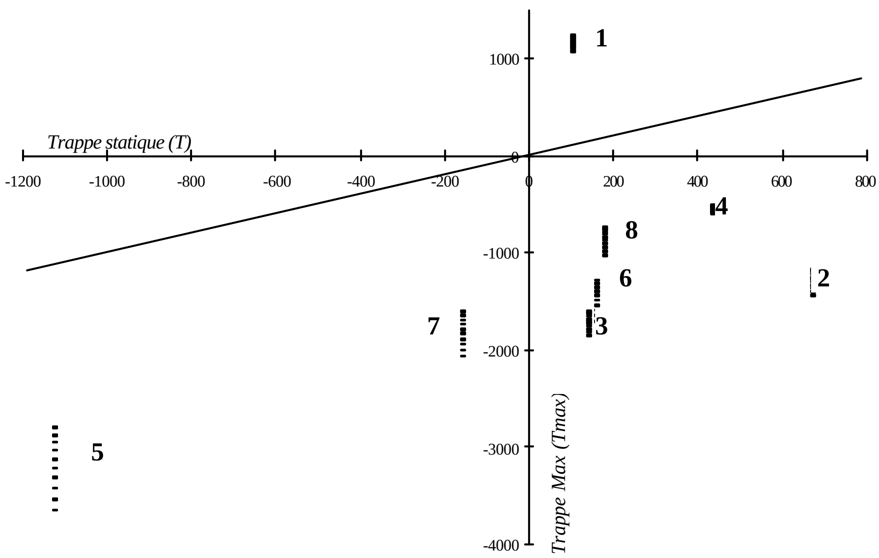
Nature des trappes et caractérisques des individus

Les trois exemples commentés soulignent la précaution dont on doit faire preuve lorsqu'on cherche à identifier la nature des problèmes incitatifs accompagnant, éventuellement, la reprise d'emploi : la présence d'une trappe statique n'implique pas l'existence de phénomènes désincitatifs, tandis que ces derniers peuvent exister même quand le travail est rémunérateur. D'après nos simulations, les transitions sur le marché du travail rendent attractifs un emploi qui ne l'est pas immédiatement pour la première catégorie (< 25 ans, couple, > bac). Pour toutes les autres, la trappe statique s'accompagne d'une trappe dynamique synonyme de réels problèmes incitatifs.

Le dernier graphique permet de visualiser l'ensemble de nos résultats. Les différents groupes sont répartis en fonction des valeurs qui leurs correspondent pour la trappe statique T et la trappe maximale admissible T_{max} ; cette dernière étant paramétrée par le taux de préférence pour le présent, nous l'avons calculée pour des valeurs de r comprises entre 1% et 10% : on obtient ainsi 10 valeurs de T_{max} pour chaque catégorie d'individus (ceci est net pour le groupe 5 par exemple). La droite figure la première bissectrice *i.e.* $T = T_{max}$.

Les catégories situées au-dessus de la bissectrice sont caractérisées par $T < T_{max}$ *i.e.* l'absence de trappe dynamique et de problème d'incitation à la reprise d'emploi ; c'est le cas des individus de type 1 malgré la trappe statique qui les caractérise.

Les catégories situées sous la bissectrice sont caractérisées par $T > T_{max}$ *i.e.*l'existence d'une trappe dynamique et de problèmes d'incitation, que ceux-ci soient associés à une trappe statique (catégories 2, 3, 4, 6 et 8) ou non (5 et 7).



Graphique : Trappes, taux d'actualisation et incitations

Sur ce graphique, il n'existe pas de relation apparente entre l'ampleur de la trappe statique et celle de la trappe maximale admissible : les individus confrontés à une forte perte de revenu instantanée lorsqu'ils ont une faible durée du travail ne sont pas les plus enclins à refuser ce type d'emploi. Inversement, les individus qui ont le plus intérêt à accepter le temps partiel ne sont pas ceux dont les gains monétaires instantanés sont les plus élevés. L'importance de la trappe statique n'apparaît pas comme un bon indicateur de l'ampleur des problèmes de désincitations à la reprise d'emploi.

7. Conclusion

Les travaux économiques appliqués qui mesurent, en France, la sensibilité des comportements de reprise d'emploi aux incitations monétaires, ne prennent généralement en compte que les gains immédiats associés au fait d'occuper telle ou telle catégorie d'emploi ou de rester dans le non emploi. Dans cet article, nous avons tenté de montrer que ces gains n'étaient pas un bon indicateur de l'ampleur des problèmes d'incitation à la reprise d'emploi et qu'il y a loin de ceux-ci aux gains de long terme associés à l'occupation d'un emploi. En ne considérant que les gains immédiats, le risque est grand de délivrer un diagnostic incomplet sur ce que rapporte le travail : il importe de considérer, non seulement la distribution des rémunérations - monétaires ou non - associée aux différentes catégories d'emplois, mais aussi les possibilités de transition entre ces catégories et le taux de préférence pour le présent des individus.

La méthode proposée permet de prendre en compte ces éléments, tout en considérant une grande variété de catégories d'emploi ; elle permet d'identifier les conditions générales qui guident les choix stratégiques individuels, concernant l'acceptation ou le refus de tel ou tel type d'emploi, tout en se prêtant à des simulations numériques.

Ce travail peut être développé dans deux directions : *(i)* on a supposé que les individus prenaient leurs décisions d'acceptation ou de refus d'emplois sur la base d'une matrice de transition dont les probabilités étaient données une fois pour toutes (la probabilité d'être dans l'état j à la période $t+1$ ne dépend que de l'état i dans lequel on se trouve à la période t). Il s'agit d'une hypothèse forte qui ne permet pas de considérer les effets d'accumulation de capital humain lié au fait d'occuper ou no un emploi.. Une extension théorique de ce travail serait donc d'intégrer ces effets dans un modèle plus général, *(ii)* une deuxième extension, d 'ordre empirique, consisterait à effectuer des simulations plus complètes afin d'identifier l'ampleur des problèmes d'incitation dynamique affectant les cas types, habituellement considérés par les analyses statiques.

Bibliographie

EYSSARTIER, D. et S.PAILLAUD [1998], « Pâris, un outil d'évaluation dynamique du système fiscalo-social », *Economie et Statistique*, n°308/309/310

FOUGERE, D. et T. KAMIONKA [1992], « Un modèle markovien du marché du travail », *Annales d'Economie et de Statistique*, n°27.

LAROQUE, G. et B. SALANIE [1999], « Prélèvements et transfert sociaux : une analyse descriptive des incitations financières au travail », *Economie et Statistique*, n°328.

LAROQUE, G. et B. SALANIE [2000], « Une décomposition du non emploi en France », *Economie et Statistique*, n°331.

LAURENT, T. et Y. L'HORTY [2000], « Réforme du RMI et incitations à l'emploi : une mise en perspective », *document de travail de l'EPEE, Université d'Evry*, mai.

STEWART, M.B et J-K. SWAFFIELD [1998], "Low pay dynamics and transitions probabilities", *Economica* 66, 23-42.

Annexe 1

Démonstration de la propriété 1

Le choix se fait *a priori* en comparant les espérances de gain pour un état de départ donné selon la matrice P ou P'. Un individu dont le facteur d'escompte est δ choisira la stratégie *S1* si et seulement si la différence $D(\delta)$ entre ces espérances est positive. Or,

$$D(\delta) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} \delta^n P^n - \sum_{n=0}^{\infty} \delta^n P'^n \right) .W = \left[(Id - \delta P)^{-1} - (Id - \delta P')^{-1} \right] .W$$

où W désigne le vecteur des revenus. ($D(\delta)$ est un vecteur-colonne dont les coordonnées sont les différences des espérances de gains selon les états de départ).

Par factorisation, il vient :

$$\begin{aligned} D(\delta) &= (Id - \delta P)^{-1} \left[(Id - \delta P') - (Id - \delta P) \right] (Id - \delta P')^{-1} .W \\ &= (Id - \delta P)^{-1} \delta (P - P')(Id - \delta P')^{-1} .W \end{aligned}$$

Or $(Id - \delta P')^{-1}.W$ est le vecteur $gains_{P'}$ des gains selon les états de départ pour un individu dont la matrice de transition est P' ; de plus,

$$P - P' = \begin{bmatrix} 0 & (0) & P_{1j} & (0) & -P_{1j} \\ \dots & \dots & P_{2j} & (0) & -P_{2j} \\ 0 & (0) & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & P_{N-1,j} & (0) & -P_{N-1,j} \\ 0 & (0) & P_{Nj} & (0) & -P_{N,j} \end{bmatrix},$$

(ici on a dessiné la matrice $P - P'$ où P', correspond au refus systématique de l'état j),

de sorte que :

$$D(\delta) = \delta \left(gains_{P'}(j) - gains_{P'}(N) \right) \times (Id - \delta P')^{-1} .P_{.,j}$$

où $P_{.,j}$ est la $j$ème colonne de P, où on a annulé les termes correspondant aux états venant desquels on ne refuse pas l'état j.

Comme $\delta \times (Id - \delta P')^{-1}.P_{.,j}$ est un vecteur dont tous les termes sont positifs (sommes et produits de nombres positifs), on déduit que, quel que soit l'état de départ, le signe de $D(\delta)$ est le même. Le choix de stratégie se ramène donc au calcul de $\left(gains_{P'}(j) - gains_{P'}(N)\right)$.

En changeant le sens de la factorisation, on obtient de façon identique que le choix de la stratégie est aussi équivalent au calcul de $\left(gains_P(j) - gains_P(N)\right)$.

Finalement, on a : *S1* préféré à *S2* $\Leftrightarrow D(\delta) \geq 0$

$$\Leftrightarrow gains_P(j) \geq gains_P(N)$$
$$\Leftrightarrow gains_{P'}(j) \geq gains_{P'}(N)$$

Annexe 2

On veut montrer que, *quelle que soit la matrice de transition* P, plus un individu refuse d'états plus sa probabilité asymptotique de se retrouver au chômage est importante.

La comparaison des cas où l'individu refuse plusieurs états se déduit de façon immédiate de la comparaison entre la stratégie " accepter tout " et la stratégie " refuser l'état *N*-1 " à laquelle nous allons donc nous attacher dans la suite.

Notant P et P^* les matrices de transition pour chacune des stratégies et $\pi = [\pi_1 \quad \ldots \quad \pi_N]$ et $\pi^* = [\pi_1^* \quad \ldots \quad \pi_{N-2}^* \quad 0 \quad \pi_N^*]$ les probabilités invariantes respectives ; on cherche à montrer que $\pi_N \leq \pi_N^*$.

Notons X_p la dernière colonne de $\sum_{k=1}^{p} P^k$, et X_p^* la dernière colonne de $\sum_{k=1}^{p} P^{*k}$.

Montrons d'abord que pour tout p, $X_p^* - X_p$ est un vecteur colonne dont tous les termes sont positifs. La preuve de cette propriété s'établit par récurrence :

(i) pour $p = 1$, $X_p^* - X_p$ est la dernière colonne de $P^* - P$, et a donc bien tous ses termes positifs

(ii) supposons la propriété vraie à l'ordre p. Alors $X_{p+1}^* - X_{p+1}$ est la dernière colonne de

$$P^*.\left(\sum_{k=0}^{p} P^{*k}\right) - P.\left(\sum_{k=0}^{p} P^{k}\right) = P.\left(\sum_{k=0}^{p} P^{*k} - P^{k}\right) + \left(P^* - P\right)\left(\sum_{k=0}^{p} P^{*k}\right).$$

Il vient donc : $X^*_{p+1} - X_{p+1} = P.\left(X^*_p - X_p\right) + \left(P^* - P\right).\left(X^*_p + \begin{bmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$

L'hypothèse de récurrence nous assure que le premier terme de cette somme est à valeurs positives. Pour que le deuxième le soit également, il faut et il suffit que $X^*_{p,N} + 1 \geq X^*_{p,N-1}$. Pour voir que cette inégalité est vérifiée, on peut interpréter $X^*_{p,i}$ comme l'espérance du nombre de passages par l'état N dans les p premières périodes, partant de l'état i, avec la matrice de transition P^*. Soit q^*_k la probabilité que l'individu parti de l'état $N-1$ et dont la matrice de transition est P^* retourne pour la première fois dans l'état N au bout de k périodes. Il vient : $X^*_{p,N-1} = \sum_{k=1}^{p} q^*_k\left(1 + X^*_{p-k,N}\right) \leq 1 + X^*_{p,N}$. La propriété est donc vraie à l'ordre $p+1$ et l'est par conséquent pour tout $p \geq 1$.

Comme on ne considère que des matrices P irréductibles et définies positives, on a les convergences suivantes : $P^n \xrightarrow[n\to\infty]{} \begin{bmatrix} p \\ \ldots \\ p \end{bmatrix}$ et $P^{*n} \xrightarrow[n\to\infty]{} \begin{bmatrix} p^* \\ \ldots \\ p^* \end{bmatrix}$. Or on sait que si une suite (A_n) converge vers une limite l, alors la suite $B_n = \frac{1}{n} \times \sum_{i=0}^{n} A_i$ converge également vers l (convergence en moyenne de Cesaro) ; il vient donc :

$$\frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p} P^k \xrightarrow[p\to\infty]{} \begin{bmatrix} p \\ \ldots \\ p \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p} P^{*k} \xrightarrow[p\to\infty]{} \begin{bmatrix} p^* \\ \ldots \\ p^* \end{bmatrix}.$$

Par conséquent, $\frac{1}{p}\left(X_p^* - X_p\right) \xrightarrow[p\to\infty]{} \begin{bmatrix} p_N^* - p_N \\ \dots \\ p_N^* - p_N \end{bmatrix}$ et d'après la propriété démontrée ci-dessus, $p_N^* \geq p_N$.

Annexe 3

Lemme

Le produit de deux matrices respectant les conditions de sommation respecte lui aussi le conditions de sommation. En particulier, pour toute matrice P respectant les conditions de sommation et pour tout $d \in [0,1[$, $\left(Id - dP\right)^{-1}$ les respecte aussi.

Preuve

Soit A et B deux matrices respectant les conditions de sommation et $C = A.B$. Soit p fixé. Pour $i1 < i2$, on a :

$$\sum_{j=1}^{p} c_{i1,j} - c_{i2,j} = \sum_{j=1}^{p}\sum_{t=1}^{N} b_{i,t}\,(a_{t1,j} - a_{t2,j}) \quad \text{et}$$

$$\sum_{i=1}^{p} c_{i,j1} - c_{i,j2} = \sum_{t=1}^{N}(\sum_{j=1}^{p} b_{i,t})(a_{t1,j} - a_{i2,j})$$

Or, par les conditions de sommations, $(\sum_{j=1}^{p} b_{i,t})$ est décroissant positif en t et $(\sum_{j=1}^{k} b_{1t,j} - b_{t2,j})$ sont des sommes toutes positives en k. et donc par le lemme de l'*Annexe 4*, tous les termes de la forme $\sum_{j=1}^{p} c_{i1,j} - c_{i2,j}$ sont positifs, C respecte les conditions de sommation.

Annexe 4

Le lemme suivant est utilisé plusieurs fois dans les démonstrations :

Lemme

Soit $(X_n)_{1 \le n \le N}$ et $(Y_n)_{1 \le n \le N}$ deux familles réelles, telles que (X_n) soit décroissante positive et (Y_n) vérifie la propriété suivante : $\forall p \in [1, N], \sum_{n=1}^{p} Y_n \ge 0$. Alors on a: $\forall p \in [1, N], \sum_{n=1}^{p} X_n Y_n \ge 0$.

Preuve

On montre par récurrence sur p que :

$$(1) \qquad X_p \sum_{n=1}^{p} Y_n \le \sum_{n=1}^{p} X_n Y_n$$

Pour $p = 1$ il y a en fait égalité. Supposant l'inégalité vraie pour p, on a en $p+1$:

$$X_{p+1} \sum_{n=1}^{p+1} Y_n = X_{p+1} Y_{p+1} + X_{p+1} \sum_{n=1}^{p} Y_n$$

Comme $\sum_{n=1}^{p} Y_n \ge 0$ et $0 \le X_{n+1} \le X_n$, alors $X_{p+1} \sum_{n=1}^{p+1} Y_n \le X_{p+1} Y_{p+1} + X_p \sum_{n=1}^{p} Y_n$, et l'hypothèse de récurrence entraîne $X_{p+1} \sum_{n=1}^{p+1} Y_n \le \sum_{n=1}^{p+1} X_n Y_n$. La propriété (1) est donc vraie pour tout p. Le résultat du lemme est alors prouvé car pour tout p, $X_p \sum_{n=1}^{p} Y_n \ge 0$.

Annexe 5

On se place sous les *conditions de sommation* et on considère deux stratégies : l'une consistant à tout accepter et l'autre à refuser r états. On a donc P et P^*

les matrices de transition associées (de taille N) qui vérifient les conditions de sommation. On cherche à établir que :

$$\forall n \in \mathrm{N}, \forall i \in [1..N], \forall p \in [1..N], \sum_{j=1}^{p} P_{ij}^{n} - P_{ij}^{*n} \geq 0 .$$

Dès que $p \geq N - r$, on a $P_{ij}^{*n} = 0$, il suffit donc de démontrer la relation jusqu'à $p = N - r - 1$, soit : $\forall n \in \mathrm{N}, \forall i \in [1..N], \forall p \in [1..N-r-1], \sum_{j=1}^{p} P_{ij}^{n} - P_{ij}^{*n} \geq 0$

On procède par récurrence sur *n*.

- La propriété est vérifiée aux ordres 0 et 1.
- Supposons qu'elle soit vérifiée à l'ordre n, et considérons l'ordre n+1 :

♦ Soit $p = 1$; on a : $P_{i1}^{n+1} - P_{i1}^{*n+1} = \sum_{k=1}^{N} (P_{ik}^{n} - P_{ik}^{*n}).P_{k1}$. En appliquant le lemme de l'annexe 4 avec $X = (P_{k1})_{1 \leq k \leq N}$ positive et décroissante, d'après les conditions de sommation, et $Y = (P_{ik}^{n} - P_{ik}^{*n})_{1 \leq k \leq N}$ vérifiant la propriété voulue pour tout $i \in [1..N]$ d'après l'hypothèse de récurrence, on a bien $P_{i1}^{n+1} - P_{i1}^{*n+1} \geq 0$. La propriété est donc démontrée pour $p = 1$.

♦ Soit p quelconque, $p \in [1..N - r - 1]$; toujours sous l'hypothèse de récurrence en *n*, on veut démontrer : $\forall i \in [1..N], \sum_{j=1}^{p} P_{ij}^{n+1} - P_{ij}^{*n+1} \geq 0$. Or :

$$\sum_{j=1}^{p} P_{ij}^{n+1} - P_{ij}^{*n+1} = \sum_{j=1}^{p} \sum_{t=1}^{N} (P_{it}^{n} - P_{it}^{*n}) P_{tj}$$

et $$\sum_{j=1}^{p} (P_{ij}^{n+1} - P_{ij}^{*n+1}) = \sum_{t=1}^{N} (\sum_{j=1}^{p} P_{tj})(P_{it}^{n} - P_{it}^{*n})$$

On se ramène ainsi au même cadre que le cas $p = 1$, en " remplaçant " P_{1t} par $\sum_{j=1}^{p} P_{tj}$, eux aussi décroissants en t sous les conditions de sommation ; on peut alors faire la même preuve pour tout $p \in [1..N - r - 1]$. On obtient donc bien :

$$\forall i \in [1..N], \forall p \in [1..N-r-1], \sum_{j=1}^{p} P_{ij}^{n+1} - P_{ij}^{*n+1} \geq 0$$

La propriété est donc vraie à l'ordre $n+1$ et le théorème de récurrence s'applique ; il vient ainsi :

$$\forall n \in \mathrm{N}, \forall i \in [1..N], \forall p \in [1..N-r-1], \sum_{j=1}^{p} P_{ij}^{n} - P_{ij}^{*n} \geq 0$$

D'après la remarque faite en début de démonstration, on a donc

bien $\forall n \in \mathrm{N}, \forall i \in [1..N], \forall p \in [1..N]$, : $\displaystyle\sum_{j=1}^{p} P_{ij}^{n} - P_{ij}^{*n} \geq 0$.

Annexe 6

Les conditions de proximité, et concernant les matrices de transition, sont énoncées dans Laurent-L'Horty [2000]. Une matrice de transitions P vérifie les conditions de proximité si pour tout i, j, k on a :

$$\text{si } j<k<i \text{ alors } P_{ij} \leq P_{kj} \leq P_{jj} \qquad \text{et} \qquad \text{si } k<i<j \text{ alors } P_{jj} \geq P_{ij} \geq P_{kj}$$

Ces conditions[*] signifient simplement que la probabilité d'accès à un emploi de x heures est d'autant plus forte que le temps de travail est déjà proche de x.

Ces conditions de proximité assurent aussi que les $\sum_{j=1}^{p} P_{tj}$, à p fixé, sont décroissantes en t ce qui implique les conditions de sommation.

En effet, *(i)* c'est une conséquence directe des relations de proximité dès que $t \geq p$,

(ii) pour $t \leq p$ – par les relations de proximité sur les colonnes de $p+1$ à N – $(\sum_{j=p+1}^{N} P_{tj})$ est croissant en t, et donc puisque toute les lignes somment à 1, les $(\sum_{j=1}^{p} P_{tj})$, à p fixé, sont décroissantes en t.

Annexe 7

Pour un facteur d'actualisation d donné, la trappe maximale admissible T_{max}, est la valeur de T qui annule la différence de gains entre $S1$ et $S2$, soit :

$$T_{max} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} d^n \begin{bmatrix} P_{i1}^{n} - P_{i1}^{*n} & \ldots & P_{iN}^{n} - P_{iN}^{*n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \ldots \\ w_{N-2} \\ w_N \\ w_N \end{bmatrix}}{\sum_{n=1}^{\infty} d^n P_{i,N-1}^{n}}$$

[*] Lucifora (1997) qui étudie empiriquement les transitions sur le marché du travail pour les bas-salaires en Italie et constate une "earning immobility", *i.e.* des probabilités importantes de rester dans le même type d'emploi d'une transition à l'autre ; la matrice de transitions estimée respecte les conditions de proximité.

Bien qu'indicée par l'état de départ *i*, la valeur ci-dessus est en fait indépendante de cet état de départ.

On sait d'après *(P1)* que le choix entre l'une ou l'autre stratégie se fait selon le signe des quantités $gains_P(N-1) - gains_P(N)$ ou encore $gains_{P^*}(N-1) - gains_{P^*}(N)$; la trappe maximale admissible sera donc donnée par la valeur de la trappe statique qui annule ces quantités. En particulier, sur P^*, on a :

$$gains_{P^*}(N-1) - gains_{P^*}(N) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} (Id - dP^*)^{-1} . \begin{bmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_N - trappe \\ w_N \end{bmatrix} = 0$$

Or $(Id - dP^*)^{-1} = Id + \sum_{k>0} d^k (P^*)^k$ et comporte donc un seul terme non-nul sur l'avant-dernière colonne, égal à 1, en avant-dernière position.

Il vient donc : $$T_{max} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} (Id - dP^*)^{-1} \begin{bmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_N \\ w_N \end{bmatrix},$$

ou encore : $$T_{max}\left(d, P, w_1, \dots, w_{N-2}, w_N\right) = gains_{ST,P^*}(N-1) - gains_{ST,P^*}(N)$$

où $gains_{ST,P^*}$ désigne les gains calculés sur P^* pour une trappe nulle.

Or P^{*k} respecte les conditions de sommation et donc – par le lemme établit dans l'annexe 4 – puisque le vecteur des revenus sans trappe est en ordre décroissant, la quantité $\begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} P^{*k} \begin{bmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_N \\ w_N \end{bmatrix}$ est positive.

La trappe maximale T_{max} est donc croissante en d et converge, quand d tend vers 1, vers une valeur seuil qui est la valeur de la trappe statique qui annule la différence des revenus asymptotiques (au delà de cette valeur, l'individu adoptera la stratégie de refus quel que soit son taux de préférence pour le présent).

•

Annexe 8

Propriété

Dans le cas d'une matrice de transitions respectant les conditions de sommation, si la stratégie d'acceptation P domine la stratégie de refus P^*, alors les espérances de gains sont rangées en ordre décroissant selon les états.

Preuve

Puisque P domine la stratégie de refus P^*, on sait déjà par *(P1)* que l'on a $gains_P(N-1) \geq gains_P(N)$. Soit donc un état i, $i<N-1$; on cherche à montrer que $gains_P(i) \geq gains_P(i+1)$.

$$gains_P(i) - gains_P(i+1) = [0 \quad \ldots \quad \underset{(i^{\text{ème}}\text{colonne})}{1} \quad -1 \quad \ldots \quad 0].(Id - \delta P)^{-1}.W$$

Or $\quad W = (w_1, w_2, \ldots, w_{N-2}, w_N, w_N,) - (0, 0, \ldots, 0, trappe, 0)$
$\quad = W_{ST}$ (sans trappe) $\quad - \quad T$

En notant $A = (Id - \delta P)^{-1}$, il vient donc :

$gains_P(i) - gains_P(i+1) = [A_{i,1} - A_{i+1,1}, \ldots, A_{i,N} - A_{i+1,N}].W_{ST} - [A_{i,N-1} - A_{i+1,N-1}] \times trappe$

où le premier terme du membre de gauche est ≥ 0 car A respecte les conditions de sommation.

Ainsi : *(i)* soit $A_{i,N-1} - A_{i+1,N-1} \leq 0$ et on a bien $gains_P(i) \geq gains_P(i+1)$

(ii) soit $A_{i,N-1} - A_{i+1,N-1} > 0$, et alors - en notant T_{max} la valeur maximale de la trappe pour laquelle il y a intérêt à accepter *i.e.* la trappe pour laquelle l'individu est indifférent entre les deux stratégies - comme on a supposé que l'individu adoptait la stratégie d'acceptation, on a $trappe \leq T_{max}$ et il vient :

$$gains_P(i) - gains_P(i+1) \geq [A_{i,.} - A_{i+1,.}]W_{ST} - T_{max} \times (A_{i,N-1} - A_{i+1,N-1})$$

où $A_{i,.}$ désigne la dernière ligne de $A = (Id - \delta P)^{-1}$.

On a donc finalement :

$$gains_P(i) - gains_P(i+1) \geq \left[A_{i,1} - A_{i+1,1} \quad \ldots \quad A_{i,N} - A_{i+1,N}\right].W_{trappe\max} = W$$

où $W_{trappe\max}$ est le vecteur des revenus pour lequel la trappe statique vaut T_{max}.

Or W est la différence des gains entre les états i et i+1 lorsque la trappe vaut T_{max}. Pour cette valeur particulière de la trappe, l'individu est indifférent entre les stratégies de refus et d'acceptation P^* et P. On peut donc raisonner sur P^*, en notant $A^* = \left(Id - \delta P^*\right)^{-1}$, et il vient : $W = \left[0 \quad \ldots \quad 1 \quad -1 \quad \ldots \quad 0\right].A^*.W_{trappe\max}$,

soit en remarquant que $A^* = \left(Id - \delta P^*\right)^{-1} = Id + \delta\left(Id - \delta P^*\right)^{-1} P^*$:

$$W = \left[0 \quad \ldots \quad 1 \quad -1 \quad \ldots \quad 0\right].\left(Id + \delta A^* P^*\right).W_{trappe\max}$$

L'avant-dernière colonne de la matrice $P^*.A^*$ étant nulle, le produit par le vecteur revenu est indifférent au revenu de l'avant-dernier état ; on peut donc remplacer ici $W_{trappe\max}$ par W_{ST} , pour obtenir :

$$W = [W_{trappemax}(i) - W_{\text{trappemax}}(i+1)] + [\delta \times (A_{i,1} \ldots A_{i,\text{N}}).P^*.W_{ST}]$$

Le premier terme entre crochets étant ≥ 0 pour $i \leq N-2$ et le second ≥ 0 puisque $P^*.A^*$ respecte les conditions de sommation (P^* les respecte), on a finalement : $W \geq 0$ *i.e.* $gains_P(i) \geq gains_P(i+1)$ pour tout i dès que l'individu préfère la stratégie d'acceptation à la stratégie de refus : les gains espérés sont rangés par ordre décroissant en les états.

Annexe 9

Propriété

Sous les conditions de sommation, si (S1), "*accepter tout* ", est la meilleure stratégie d'un individu après un choc « pessimiste » ($\gamma \in [0,1]$) alors cette stratégie était également la meilleure avant le choc.

Preuve

Si $P = P(1) = \begin{bmatrix} P_{11} & \ldots & P_{1N} \\ \ldots & & \ldots \\ P_{N1} & \ldots & P_{NN} \end{bmatrix}$ est la matrice de transitions avant le choc, la matrice de transitions après le choc est :

$$P(g)=\begin{bmatrix} g.P_{11} & \dots & \dots & 1-g+g.P_{1N} \\ \dots & & & \dots \\ g.P_{N-1,1} & \dots & \dots & 1-g+g.P_{N-1,N} \\ g.P_{N1} & \dots & \dots & 1-g+g.P_{NN} \end{bmatrix}.$$

On veut donc montrer que $\forall g \in [0,1]$, si un individu δ adopte la stratégie $(S1)$ avec *P*(γ) alors ce même individu adopte également $(S1)$ avec *P(1)*.

On sait que pour une matrice de transitions M de taille N qui respecte les conditions de sommation, un taux d'escompte d et un vecteur de revenus W comportant *a priori* une trappe statique sur l'avant-dernier état, le problème stratégique de l'individu consiste à choisir entre les deux seules stratégies $(S1)$ " *accepter tout* " et $(S2)$ " *refuser l'avant-dernier état* " ; on sait également que ce choix est déterminé par le signe de la quantité $gains_M(N-1)-gains_M(N)$.

Supposons que l'individu choisisse $(S1)$ quand il considère la matrice de transitions $P(g)$, $g \in [0,1]$. Alors, on a: $gains_{P(g)}(N-1)-gains_{P(g)}(N)>0$. Formons alors la différence,

$$D=[gains_{P(g)}(N-1)-gains_{P(g)}(N)]-[gains_{P(1)}(N-1)-gains_{P(1)}(N)]$$

$$D=\begin{bmatrix}0 & \dots & 0 & 1 & -1\end{bmatrix}.[(I-dP(g))^{-1}-(I-dP)^{-1}].W$$

$$D=\begin{bmatrix}0 & \dots & 0 & 1 & -1\end{bmatrix}.(I-dP)^{-1}.d\,(P(g)-P).(I-dP(g))^{-1}.W$$

En remarquant que , $P(g)-P$ est de la forme,

$$P(g)-P=\begin{bmatrix} (g-1).P_{11} & \dots & \dots & (g-1).(P_{1N}-1) \\ \dots & & & \dots \\ (g-1).P_{N-1,1} & \dots & \dots & (g-1).(P_{N-1,N}-1) \\ (g-1).P_{N1} & \dots & \dots & (g-1).(P_{NN}-1) \end{bmatrix},$$

la différence D exprimée ci-dessus se réécrit :

$$D=d\,(g-1)\begin{bmatrix}0 & \dots & 0 & 1 & -1\end{bmatrix}.(I-dP)^{-1}.\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N-1} P_{1j}\left(gains_{P(g)}(j)-gains_{P(g)}(N)\right) \\ \dots \\ \sum_{j=1}^{N} P_{Nj}\left(gains_{P(g)}(j)-gains_{P(g)}(N)\right) \end{bmatrix}$$

Si on note maintenant $(I-\delta P)^{-1}=\left[(C_{ij)})_{1\le i,j\le N}\right]$, il vient,

$$\left[0 \quad \ldots \quad 0 \quad 1 \quad -1\right](I-\delta P)^{-1}=\left[C_{N-1,1}-C_{N,1} \quad \ldots \quad C_{N-1,N}-C_{N,N}\right],$$

et par conséquent :

$$D=\delta(\gamma-1)\sum_{i=1}^{N}[(\sum_{j=1}^{N-1}P_{ij}(gains_{P(\gamma)}(j)-gains_{P(\gamma)}(N))).(C_{N-1,i}-C_{N,i})]$$

$$D=\delta(\gamma-1)\sum_{j=1}^{N-1}[(gains_{P(\gamma)}(j)-gains_{P(\gamma)}(N)).(\sum_{i=1}^{N}(C_{N-1,i}-C_{N,i})P_{ij})]$$

Or :

(i) D'après l'annexe 8, le terme $gains_{P(\gamma)}(j)-gains_{P(\gamma)}(N)$ est positif et décroissant en j puisque par hypothèse, l'individu adopte la stratégie ($S1$) avec la matrice $P(\gamma)$, le revenu W et le facteur d'actualisation δ fixés.

(ii) Pour tout *i*, le terme $\sum_{i=1}^{N}(C_{N-1,i}-C_{N,i})P_{ij}$ est le terme de la colonne j dans la différence entre l'avant-dernière et la dernière ligne de la matrice $(I-\delta P)^{-1}.P$; cette matrice respectant les conditions de sommation – comme produit de matrices respectant les conditions de sommation ($cf.$ annexe 3) – on a pour tout *r* fixé, $\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{N}(C_{N-1,i}-C_{N,i})P_{ij} \ge 0.$

On peut donc appliquer le lemme, établit dans l'annexe 4, à D qui apparaît ainsi négatif (du fait du facteur ($\gamma-1$)) et il vient finalement :

$$gains_{P}(N-1)-gains_{P}(N)\ge gains_{P(\gamma)}(N-1)-gains_{P(\gamma)}(N)\ge 0$$

La propriété est démontrée : un individu qui adopte la stratégie ($S1$), "*accepter tout* ", avec la matrice $P(\gamma)$ adopte aussi cette stratégie avec *P=P(1)*

Remarque : on démontre de façon tout à fait identique qu'un individu qui adopte la stratégie " *accepter tout* " pour γ adopte la même stratégie $\forall \gamma' \ge \gamma$.

Annexe 10

Matrices de transition et vecteurs des revenus par catégories

< 25 ans – couple - > bac

Transitions	>35 h	25-34 heures	< 25 h	Rech emploi
>35 h	0,82	0,022	0,087	0,071
25-34 heures	0,397	0,239	0,364	0
< 25 h	0,513	0,092	0,172	0,223
Rech Emploi	0,372	0	0,193	0,435

	> 35 h	25-34 heures	< 25 h	Recherche emploi
Revenus	7118	4981	3101	3200

< 25 ans – couple - < bac

Transitions	>35 h	25-34 heures	< 25 h	Rech emploi
>35 h	0,827	0,008	0,05	0,116
25-34 heures	0,244	0,312	0,236	0,208
< 25 h	0,032	0,032	0,477	0,459
Rech Emploi	0,217	0	0,101	0,682

	> 35 h	25-34 heures	< 25 h	Recherche emploi
Revenus	6453	4528	2535	3200

< 25 ans – célibataire - > bac

Transitions	>35 h	25-34 heures	< 25 h	Rech emploi
>35 h	0,771	0,013	0,047	0,169
25-34 heures	0,177	0,222	0,12	0,481
< 25 h	0,047	0,09	0,434	0,43
Rech Emploi	0,395	0,02	0,035	0,55

	> 35 h	25-34 heures	< 25 h	Recherche emploi

Revenus	6625	4739	3062	3200

< 25 ans – célibataire - < bac

Transitions	>35 h	25-34 heures	< 25 h	Rech emploi
>35 h	0,714	0,011	0,041	0,234
25-34 heures	0,123	0,156	0,289	0,431
< 25 h	0,116	0,022	0,378	0,483
Rech Emploi	0,251	0,019	0,079	0,651

	> 35 h	25-34 heures	< 25 h	Recherche emploi
Revenus	5621	4288	2770	3200

> 25 ans – couple - > bac

Transitions	>35 h	25-34 heures	< 25 h	Rech emploi
>35 h	0,965	0,004	0,007	0,025
25-34 heures	0,258	0,311	0,318	0,113
< 25 h	0,14	0,031	0,616	0,213
Rech Emploi	0,255	0,011	0,072	0,662

	> 35 h	25-34 heures	< 25 h	Recherche emploi
Revenus	13050	6617	4327	3200

> 25 ans – couple - < bac

Transitions	>35 h	25-34 heures	< 25 h	Rech emploi
>35 h	0,948	0,004	0,012	0,036
25-34 heures	0,203	0,366	0,296	0,134
< 25 h	0,13	0,026	0,577	0,268
Rech Emploi	0,212	0,008	0,077	0,703

	> 35 h	25-34 heures	< 25 h	Recherche emploi

Revenus	9028	4619	3044	3200

> 25 ans – célibataire - > bac

Transitions	>35 h	25-34 heures	< 25 h	Rech emploi
>35 h	0,929	0,005	0,01	0,057
25-34 heures	0,274	0,347	0,167	0,212
< 25 h	0,147	0,069	0,482	0,302
Rech Emploi	0,246	0,01	0,071	0,674

	> 35 h	25-34 heures	< 25 h	Recherche emploi
Revenus	10960	5592	3362	3200

> 25 ans – célibataire - < bac

Transitions	>35 h	25-34 heures	< 25 h	Rech emploi
>35 h	0,906	0,011	0,012	0,07
25-34 heures	0,104	0,412	0,347	0,136
< 25 h	0,107	0,057	0,385	0,451
Rech Emploi	0,164	0,003	0,091	0,743

	> 35 h	25-34 heures	< 25 h	Recherche emploi
Revenus	8166	4743	3027	3200

Documents de recherche EPEE

2002

02 - 01	**Inflation, salaires et SMIC: quelles relations?** *Yannick L'HORTY & Christophe RAULT*
02 - 02	**Le paradoxe de la productivité** *Nathalie GREENAN & Yannick L'HORTY*
02 - 03	**35 heures et inégalités** *Fabrice GILLES & Yannick L'HORTY*
02 - 04	**Droits connexes, transferts sociaux locaux et retour à l'emploi** *Denis ANNE & Yannick L'HORTY*
02 - 05	**Animal Spirits with Arbitrarily Small Market Imperfection** *Stefano BOSI, Frédéric DUFOURT & Francesco MAGRIS*
02 - 06	**Actualité du protectionnisme : l'exemple des importations américaines d'acier** *Anne HANAUT*

2001

01 - 01	**Optimal Privatisation Design and Financial Markets** *Stefano BOSI, Guillaume GIRMENS & Michel GUILLARD*
01 - 02	**Valeurs extrêmes et series temporelles : application à la finance** *Sanvi AVOUYI-DOVI & Dominique GUEGAN*
01 - 03	**La convergence structurelle européenne : rattrapage technologique et commerce intra-branche** *Anne HANAUT & El Mouhoub MOUHOUD*
01 - 04	**Incitations et transitions sur le marché du travail : une analyse des stratégies d'acceptation et des refus d'emploi** *Thierry LAURENT, Yannick L'HORTY, Patrick MAILLE & Jean-François OUVRARD*
01 - 05	**La nouvelle economie et le paradoxe de la productivité : une comparaison France - Etats-Unis** *Fabrice GILLES & Yannick L'HORTY*
01 - 06	**Time Consistency and Dynamic Democracy** *Toke AIDT & Francesco MAGRIS*
01 - 07	**Macroeconomic Dynamics** *Stefano BOSI*
01 - 08	**Règles de politique monétaire en présence d'incertitude : une synthèse** *Hervé LE BIHAN & Jean-Guillaume SAHUC*
01 - 09	**Indeterminacy and Endogenous Fluctuations with Arbitrarily Small Liquidity Constraint** *Stefano BOSI & Francesco MAGRIS*
01 - 10	**Financial Effects of Privatizing the Production of Investment Goods** *Stefano BOSI & Carine NOURRY*

01 - 11	**On the Woodford Reinterpretation of the Reichlin OLG Model : a Reconsideration** *Guido CAZZAVILLAN & Francesco MAGRIS*
01 - 12	**Mathematics for Economics** *Stefano BOSI*
01 - 13	**Real Business Cycles and the Animal Spirits Hypothesis in a Cash-in-Advance Economy** *Jean-Paul BARINCI & Arnaud CHERON*
01 - 14	**Privatization, International Asset Trade and Financial Markets** *Guillaume GIRMENS*
01 - 15	**Externalités liées dans leur réduction et recyclage** *Carole CHEVALLIER & Jean DE BEIR*
01 - 16	**Attitude towards Information and Non-Expected Utility Preferences : a Characterization by Choice Functions** *Marc-Arthur DIAYE & Jean-Max KOSKIEVIC*
01 - 17	**Fiscalité de l'épargne en Europe : une comparaison multi-produits** *Thierry LAURENT & Yannick L'HORTY*
01 - 18	**Why is French Equilibrium Unemployment so High : an Estimation of the WS-PS Model** *Yannick L'HORTY & Christophe RAULT*
01 - 19	**La critique du « système agricole » par Smith** *Daniel DIATKINE*
01 - 20	**Modèle à Anticipations Rationnelles de la COnjoncture Simulée : MARCOS** *Pascal JACQUINOT & Ferhat MIHOUBI*
01 - 21	**Qu'a-t-on appris sur le lien salaire-emploi ? De l'équilibre de sous emploi au chômage d'équilibre : la recherche des fondements microéconomiques de la rigidité des salaires** *Thierry LAURENT & Hélène ZAJDELA*
01 - 22	**Formation des salaires, ajustements de l'emploi et politique économique** *Thierry LAURENT*

2000

00 - 01	**Wealth Distribution and the Big Push** *Zoubir BENHAMOUCHE*
00 - 02	**Conspicuous Consumption** *Stefano BOSI*
00 - 03	**Cible d'inflation ou de niveau de prix : quelle option retenir pour la banque centrale dans un environnement « nouveau keynésien » ?** *Ludovic AUBERT*
00 - 04	**Soutien aux bas revenus, réforme du RMI et incitations à l'emploi : une mise en perspective** *Thierry LAURENT & Yannick L'HORTY*
00 - 05	**Growth and Inflation in a Monetary « Selling-Cost » Model**

Stefano BOSI & Michel GUILLARD

00 - 06 **Monetary Union : a Welfare Based Approach**
Martine CARRE & Fabrice COLLARD

00 - 07 **Nouvelle synthèse et politique monétaire**
Michel GUILLARD

00 - 08 **Neoclassical Convergence versus Technological Catch-Up : a Contribution for Reaching a Consensus**
Alain DESDOIGTS

00 - 09 **L'impact des signaux de politique monétaire sur la volatilité intrajournalière du taux de change deutschemark - dollar**
Aurélie BOUBEL, Sébastien LAURENT & Christelle LECOURT

00 - 10 **A Note on Growth Cycles**
Stefano BOSI, Matthieu CAILLAT & Matthieu LEPELLEY

00 - 11 **Growth Cycles**
Stefano BOSI

00 - 12 **Règles monétaires et prévisions d'inflation en économie ouverte**
Michel BOUTILLIER, Michel GUILLARD & Auguste MPACKO PRISO

00 - 13 **Long-Run Volatility Dependencies in Intraday Data and Mixture of Normal Distributions**
Aurélie BOUBEL & Sébastien LAURENT

1999

99 - 01 **Liquidity Constraint, Increasing Returns and Endogenous Fluctuations**
Stefano BOSI & Francesco MAGRIS

99 - 02 **Le temps partiel dans la perspective des 35 heures**
Yannick L'HORTY & Bénédicte GALTIER

99 - 03 **Les causes du chômage en France : Une ré-estimation du modèle WS - PS**
Yannick L'HORTY & Christophe RAULT

99 - 04 **Transaction Costs and Fluctuations in Endogenous Growth**
Stefano BOSI

99 - 05 **La monnaie dans les modèles de choix intertemporels : quelques résultats d'équivalences fonctionnelles**
Michel GUILLARD

99 - 06 **Cash-in-Advance, Capital, and Indeterminacy**
Gaetano BLOISE, Stefano BOSI & Francesco MAGRIS

99 - 07 **Sunspots, Money and Capital**
Gaetano BLOISE, Stefano BOSI & Francesco MAGRIS

99 - 08 **Inter-Juridictional Tax Competition in a Federal System of Overlapping Revenue Maximizing Governments**
Laurent FLOCHEL & Thierry MADIES

99 - 09 **Economic Integration and Long-Run Persistence of the GNP Distribution**
Jérôme GLACHANT & Charles VELLUTINI

99 - 10 **Macroéconomie approfondie : croissance endogène**
Jérôme GLACHANT

99 - 11 **Growth, Inflation and Indeterminacy in a Monetary « Selling-Cost » Model**
Stefano BOSI & Michel GUILLARD

99 - 12 **Règles monétaires, « ciblage » des prévisions et (in)stabilité de l'équilibre macroéconomique**
Michel GUILLARD

99 - 13 **Educating Children : a Look at Household Behaviour in Côte d'Ivoire**
Philippe DE VREYER, Sylvie LAMBERT & Thierry MAGNAC

99 - 14 **The Permanent Effects of Labour Market Entry in Times of High Aggregate Unemployment**
Philippe DE VREYER, Richard LAYTE, Azhar HUSSAIN & Maarten WOLBERS

99 - 15 **Allocating and Funding Universal Service Obligations in a Competitive Network Market**
Philippe CHONE, Laurent FLOCHEL & Anne PERROT

99 - 16 **Intégration économique et convergence des revenus dans le modèle néo-classique**
Jérôme GLACHANT & Charles VELLUTINI

99 - 17 **Convergence des productivités européennes : réconcilier deux approches de la convergence**
Stéphane ADJEMIAN

99 - 18 **Endogenous Business Cycles : Capital-Labor Substitution and Liquidity Constraint**
Stefano BOSI & Francesco MAGRIS

99 - 19 **Structure productive et procyclicité de la productivité**
Zoubir BENHAMOUCHE

99 - 20 **Intraday Exchange Rate Dynamics and Monetary Policy**
Aurélie BOUBEL & Richard TOPOL

1998

98 - 01 **Croissance, inflation et bulles**
Michel GUILLARD

98 - 02 **Patterns of Economic Development and the Formation of Clubs**
Alain DESDOIGTS

98 - 03 **Is There Enough RD Spending ? A Reexamination of Romer's (1990) Model**
Jérôme GLACHANT

98 - 04 **Spécialisation internationale et intégration régionale. L'Argentine et le Mercosur**
Carlos WINOGRAD

98 - 05 **Emploi, salaire et coordination des activités**
Thierry LAURENT & Hélène ZAJDELA

98 - 06 **Interconnexion de réseaux et charge d'accès : une analyse stratégique**
Laurent FLOCHEL

98 - 07 **Coût unitaires et estimation d'un système de demande de travail : théorie et application au cas de Taiwan**
Philippe DE VREYER

98 - 08 **Private Information :**
an Argument for a Fixed Exchange Rate System
Ludovic AUBERT & Daniel LASKAR

98 - 09 **Le chômage d'équilibre. De quoi parlons nous ?**
Yannick L'HORTY & Florence THIBAULT

98 - 10 **Deux études sur le RMI**
Yannick L'HORTY & Antoine PARENT

98 - 11 **Substituabilité des hommes aux heures et ralentissement de la productivité ?**
Yannick L'HORTY & Chistophe RAULT

98 - 12 **De l'équilibre de sous emploi au chômage d'équilibre :**
la recherche des fondements microéconomiques de la rigidité des salaires
Thierry LAURENT & Hélène ZAJDELA