

## **Spécification des processus d'ajustement et modélisation macroéconomique**

par LAURENT Thierry(\*) et LEGENDRE François(\*\*)

### **INTRODUCTION**

Les techniques de modélisation macroéconomique des relations dynamiques font largement appel à la « boîte à outils » que constituent les processus d'ajustement, puisqu'il s'agit souvent de rendre compte de l'inertie caractéristique des principales grandeurs économiques. On introduit ainsi la notion de cible pour désigner la valeur désirée d'une variable, la quantité effective étant supposée ne s'ajuster que progressivement à cette grandeur optimale. L'ajustement n'étant, au cours de la période, que partiel, on est conduit à s'interroger sur le comportement à long terme de l'erreur qui subsiste entre les séries désirée et effective.

Le présent travail s'inscrit dans la lignée des travaux originaux de Salmon (1982) et Kloek (1984), qui soulignent l'influence du comportement de la cible sur celui de l'erreur de long terme et proposent une typologie des processus d'ajustement en fonction de leur comportement dynamique. Son objet est l'étude des spécifications, fondements et propriétés des modèles d'ajustement dynamiques en environnement non stationnaire.

La première partie exhibe les conditions nécessaires et suffisantes de convergence d'un modèle, en fonction du comportement dynamique de la cible; la notion de  $n$ -homogénéité est, en particulier, introduite. La seconde s'attache à préciser les fondements microéconomiques des modèles  $n$ -homogènes et propose une rationalisation fondée sur l'existence de coûts d'ajustement; une correspondance entre les caractéristiques de la fonction de coûts et celles du processus d'ajustement est notamment mise en évidence. La troisième partie suggère enfin une spécification simple de ce dernier, qui présente l'avantage d'admettre comme cas particuliers les modèles les plus fréquemment utilisés dans les études appliquées.

---

(\*) Université de PARIS I, laboratoire Macroéconomique et Analyse des Déséquilibres.

(\*\*) Direction de la Prévision. Une partie de ce travail a été réalisée dans le cadre du Centre de Mathématiques Economiques à l'Université de PARIS I.

Nous remercions A. d'Autume, P.Y. Hénin, H. Kempf, P. Malgrange et C. le Van pour leurs remarques ainsi que la Direction Générale de la Recherche Scientifique et Technique pour son soutien financier.

## I. SPECIFICATIONS ET PROPRIETES DES MODELES D'AJUSTEMENT

### Le cadre formel

Nous nous inscrivons dans le cadre de la démarche en deux étapes. Celle-ci relève d'une détermination préalable de la cible,  $x_t^*$ , correspondant au niveau désiré de la série effective  $x_t$ . Ces deux grandeurs sont exprimées en logarithme, pour rendre compte de relations à élasticité constante. L'étude des modèles d'ajustement se ramène alors à celle des règles d'ajustement entre  $x_t$  et  $x_t^*$ , qui sont généralement spécifiées sous forme de structures de retards linéaires à coefficients constants :

$$\sum_{i=0}^{I_a} a_i x_{t-i} = \sum_{i=0}^{I_b} b_i x_{t-i}^* \quad \text{avec } a_0 = 1 \quad (1)$$

soit en utilisant l'opérateur de retard  $L$  ( $Lx_t = x_{t-1}$ ) :

$$A(L)x_t = B(L)x_t^* \quad \text{avec } a_0 = 1$$

où  $A$  et  $B$  sont des polynômes en  $L$ .

La condition  $a_0 = 1$  est une simple condition de normalisation. Le polynôme  $A$  est supposé ne pas admettre de racine à l'intérieur du cercle unité, de telle sorte que  $x_t$  est complètement déterminée par la trajectoire passée de  $x_t^*$ .

On dira que le modèle d'ajustement est sans biais si :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_t^* - x_t = 0 \quad (2)$$

L'équation (1) définissant le modèle d'ajustement se réécrit :

$$A(L)(x_t - x_t^*) = [B(L) - A(L)]x_t^* \quad (3)$$

L'équation (3) relie le comportement de l'erreur d'ajustement  $x_t^* - x_t$  à celui de  $x_t^*$ . L'étude des propriétés de cette erreur ne peut être entreprise qu'en faisant des hypothèses sur le comportement de la cible  $x_t^*$ . Celle-ci doit faire l'objet d'une spécification suffisamment générale pour rendre compte du comportement effectif de  $x_t^*$ , mais aussi suffisamment opérationnelle pour pouvoir en déduire des enseignements sur  $x_t^* - x_t$ .

Un cas particulier important est celui où la cible est stationnaire.

## Ajustement à une cible stationnaire

Dans ce cas,  $x_t^* = \mu \forall t$  et  $\mu \neq 0$ . L'erreur d'ajustement obéit alors à la relation suivante :

$$A(L)(x_t^* - x_t) = [A(1) - B(1)]\mu. \quad (?)$$

Soit :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_t^* - x_t = A^{-1}(1)[A(1) - B(1)]\mu.$$

Le modèle d'ajustement est donc sans biais si et seulement si :

$$A(1) = B(1) \quad (4)$$

ce qui signifie que l'élasticité de long terme de  $x_t$  par rapport à  $x_t^*$  est unitaire. La condition (4) apparaît ainsi comme une contrainte élémentaire d'homogénéité que doit vérifier tout modèle d'ajustement.

Cette condition d'homogénéité permet de proposer une construction déductive des différents modèles d'ajustement utilisés dans les études économétriques. En se limitant à des polynômes de degré un, l'expression (1) devient :

$$x_t + a_1 x_{t-1} = b_0 x_t^* + b_1 x_{t-1}^*$$

En appliquant à cette expression la condition d'homogénéité (qui prend la forme  $1 + a_1 = b_0 + b_1$ ), on aboutit au modèle d'ajustement suivant :

$$\Delta x_t = \alpha \Delta x_t^* + \beta (x_t^* - x_{t-1}) \quad (5)$$

avec  $\alpha = b_0$  et  $\beta = b_0 + b_1$ . Ce modèle correspond au modèle à correction d'erreurs introduit récemment par Davidson *et alii* (1978) (et noté, par la suite, MCE). Il distingue deux réponses de nature différente : la première traduit la nécessité de s'adapter aux variations de la cible ; la seconde s'interprète comme un terme de rappel, mémoire du déséquilibre existant à la période précédente.

Le modèle d'ajustement partiel, introduit par Brechling (1965) et noté MAP, s'obtient quant à lui en fixant à 1 le degré de  $A$  et à 0 celui de  $B$  :

$$\begin{cases} x_t + a_1 x_{t-1} = b_0 x_t^* \\ 1 + a_1 = b_0 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta x_t = \lambda (x_t^* - x_{t-1}) \quad (6)$$

Il s'interprète comme un cas particulier du MCE où les coefficients des deux réponses seraient égaux.

(2) On substitue l'opérateur identité à l'opérateur de décalage  $L$  dès que ce dernier s'applique à une constante.

L'extension naturelle du MCE à la Davidson est le MCE d'ordre  $n$ , obtenu en introduisant de nouvelles réponses retardées (cf. Kempf et Laurent (1986)) :

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^n \alpha_i \Delta x_{t-i}^* + \beta (x_t^* - x_{t-1}) \quad (7)$$

Il vérifie, de par son écriture, la condition d'homogénéité (4) et est donc sans biais pour une cible stationnaire.

Il n'est cependant pas possible de se restreindre au cas où la cible est stationnaire; c'est en effet dans un contexte non stationnaire que ces modèles avouent leur sous optimalité.

### Ajustement à une cible non stationnaire

Pour rendre compte du comportement dynamique d'une cible non stationnaire, nous utilisons la notion de famille  $\mathcal{F}(d)$  de séries temporelles, définie de la façon suivante :

$$\mathcal{F}(d) = \{ \{y_t\} / \Delta^d y_t = 0 \}$$

Salmon, dans un contexte déterministe, choisit de spécifier la cible comme un polynôme en  $t$ :  $x_t^* = \sum_{i=0}^d \alpha_i t^i$ ,  $\alpha_i \neq 0 \forall i$ . Dans ce cas,  $\{x_t^*\} \in \mathcal{F}(d+1)$ . Il cherche, en fait, à distinguer les cas où la cible est constante ( $d = 0$ ), croît à taux constant ( $d = 1$ ) et croît de façon explosive ( $d = 2$ ).<sup>(3)</sup> Dans le précédent paragraphe, nous avons supposé que la cible est stationnaire ( $x_t^* = \mu$ );  $\{x_t^*\}$  appartient alors à  $\mathcal{F}(1)$ .

Cette définition générale est cependant insuffisante pour discriminer les séries temporelles suivant leur comportement dynamique, puisque les différentes familles sont emboîtées :

$$\mathcal{F}(i) \subset \mathcal{F}(j) \quad \forall i \leq j.$$

Ceci a l'inconvénient, par exemple, d'inclure toutes les séries stationnaires dans  $\mathcal{F}(1)$ , mais également dans  $\mathcal{F}(2)$ ,  $\mathcal{F}(3)$ , etc...

Pour pallier cette carence, nous introduisons la notation suivante :

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{F}}(i) &= \mathcal{F}(i) - \mathcal{F}(i-1) = \text{cpl.}_{\mathcal{F}(i)} \mathcal{F}(i-1) \quad i > 0 \\ \overline{\mathcal{F}}(0) &= \mathcal{F}(0) \end{aligned}$$

Cette sous classe de famille présente l'avantage de caractériser complètement le comportement dynamique de la cible. Une cible appartenant à  $\overline{\mathcal{F}}(n)$

(3) Kloek (1984), dans un contexte stochastique, adopte l'hypothèse que la série  $\{x_t^*\}$  suit un processus ARIMA  $(p, d, q)$ ; en modifiant de façon adéquate la définition de  $\mathcal{F}(d)$ ,  $\{x_t^*\} \in \mathcal{F}(d+1)$ . Pour plus de détail cf. Legendre (1986).

sera, en effet, non stationnaire dès que  $n > 1$ . On a, en outre, les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned}\overline{\mathcal{F}}(i) \cap \overline{\mathcal{F}}(j) &= \phi \quad \forall i \neq j \\ \bigcup_{i=0}^n \overline{\mathcal{F}}(i) &= \mathcal{F}(n)\end{aligned}$$

Il est alors possible de préciser la condition (2) du paragraphe précédent, en associant à chaque type d'évolution de la cible, la classe des modèles d'ajustement sans biais pour cette cible. Nous introduisons, pour ce faire, la définition suivante :

*Définition :* Un modèle d'ajustement sera dit  $n$ -homogène s'il vérifie :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_t^* - x_t = 0 \quad \forall \{x_t^*\} \in \mathcal{F}(n).$$

Dans ce cadre, nous pouvons avancer la proposition suivante :

*Proposition :* Le modèle d'ajustement  $A(L)x_t = B(L)x_t^*$  est  $n$ -homogène si et seulement si :

- i) le degré du polynôme  $A(L) = B(L)$  est au moins  $n$ .  
ii)  $A^{(i)}(1) = B^{(i)}(1) \quad \forall i < n$  où  $P^{(i)}(1) = \left. \frac{\partial^i P(L)}{\partial L^i} \right|_{L=1}$ ,

$$\text{i.e. } \sum_{j=i}^{I_a} \binom{j}{i} a_j = \sum_{j=i}^{I_b} \binom{j}{i} b_j \quad \forall i < n.$$

*Preuve :* L'erreur d'ajustement s'exprime en fonction de  $x_t^*$  sous la forme :

$$A(L)(x_t^* - x_t) = [A(L) - B(L)]x_t^*$$

Cette expression conduit à l'équivalence suivante :

$$\begin{aligned}\left[ \lim_{t \rightarrow \infty} x_t^* - x_t = 0 \quad \forall \{x_t^*\} \in \mathcal{F}(n) \right] \\ \Leftrightarrow [A(L) - B(L) = \Delta^n P(L)]\end{aligned}$$

Cette dernière proposition est clairement suffisante. Elle est nécessaire parce que nous recherchons un modèle qui soit  $n$ -homogène pour toute cible appartenant à  $\mathcal{F}(n)$ . Nous montrons en Annexe 1 que, pour extraire un terme en  $\Delta^n$  d'un polynôme  $Q(L)$ , il faut et il suffit d'imposer :  $Q^{(i)}(1) = 0 \quad \forall i < n$ . Ces contraintes, dans notre cas, prennent la forme suivante :

$$A^{(i)}(1) = B^{(i)}(1) \quad \forall i < n.$$

En remarquant que  $Q^{(i)}(1) = \sum_{j=i}^{I_a} A_j^i q_j$ , la proposition est démontrée.

**Corollaire:** Un modèle d'ajustement  $n$ -homogène à une cible appartenant à  $\mathcal{F}(k)$ , resp.  $\overline{\mathcal{F}}(k)$ , engendre une erreur d'ajustement  $\{x_t^* - x_t\}$  appartenant à  $\mathcal{F}(\max(0, k-n))$ , resp.  $\overline{\mathcal{F}}(\max(0, k-n))$ .

**Preuve:** Il suffit de remarquer que pour  $\{x_t^*\} \in \mathcal{F}(k)$ , resp.  $\overline{\mathcal{F}}(k)$ ,  $\{\Delta^n x_t^*\} \in \mathcal{F}(\max(0, k-n))$ , resp.  $\overline{\mathcal{F}}(\max(0, k-n))$ .

**Remarque:** Si le modèle est 1-homogène et le taux de croissance de la cible stationnaire au niveau  $\mu$ , l'erreur d'ajustement de long terme s'écrit

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_t^* - x_t = A^{-1}(1) [B'(1) - A'(1)] \mu,$$

et s'interprète comme le produit du retard moyen<sup>(4)</sup> par le taux de croissance de la cible.

Le modèle à correction d'erreurs d'ordre  $n$ , défini par l'équation (7), permet d'illustrer notre proposition. Celui-ci se réécrit identiquement de la façon suivante:

$$(1 - L + \beta L)x_t = \left[ \sum_{i=1}^n \alpha_i (1 - L)L^{i-1} + \beta L \right] x_t^*$$

Il est facile d'identifier  $A(L)$  et  $B(L)$  à partir de cette expression.

Par construction, le MCE d'ordre  $n$  est 1-homogène. Pour qu'il soit 2-homogène, il convient d'appliquer une restriction supplémentaire sur les coefficients du modèle. D'après notre proposition, cette restriction s'écrit:

$$A'(1) = B'(1) \quad \text{i.e.} \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$$

et équivaut à imposer un retard moyen nul.

De la même manière, pour obtenir un modèle 3-homogène, une contrainte supplémentaire sera nécessaire:

$$A''(1) = B''(1) \quad \text{i.e.} \quad \sum_{i=2}^n (i-1)\alpha_i = 0$$

De façon plus générale, pour transformer un MCE d'ordre  $n$   $s$ -homogène ( $s \geq 2$ ) en un modèle  $(s+1)$ -homogène, on montre aisément, à partir de notre proposition, qu'il faut imposer sur les  $\alpha_i$  la restriction suivante:

$$\sum_{i=s}^n \alpha_i \binom{i-1}{s-1} = 0$$

---

(4) Défini comme  $\frac{\Phi'(L)}{\Phi(L)} \Big|_{L=1}$  où  $\Phi(L) = A^{-1}(L)B(L)$

Un modèle à correction d'erreurs d'ordre  $n$  sera donc  $s$ -homogène si l'égalité matricielle suivante est respectée (cf. Kempf et Laurent (1986)):

$$(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \binom{2}{1} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \binom{3}{1} & \binom{3}{2} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \binom{4}{1} & \binom{4}{2} & \binom{4}{3} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & 1 \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ 1 & \binom{n-1}{1} & \binom{n-1}{2} & \binom{n-1}{3} & \binom{n-1}{4} & \dots & \binom{n-1}{s-2} \end{pmatrix} = (1, 0, \dots, 0)$$

Cette présentation a l'avantage de faire explicitement apparaître le triangle de Pascal. Remarquons qu'il est également possible d'utiliser la formulation :

$$\Delta^s x_t = a \Delta^s x_t^* + \sum_{i=0}^{s-1} b_i \Delta^i (x_t^* - x_{t-1})$$

qui assure directement la  $s$ -homogénéité.

Dans cette première partie, grâce à une définition générale des processus d'ajustement, nous avons pu rendre compte de la problématique attachée à l'étude de ces modèles. Il sera exigé d'eux, au minimum, une contrainte d'homogénéité. Celle-ci est satisfaite, par construction, par le MAP et le MCE à la Davidson. Pour que le modèle d'ajustement reste sans biais il faut lui imposer, dès que la cible n'est plus stationnaire, des contraintes supplémentaires d'homogénéité.

L'étude des fondements de telles contraintes est l'objet de la partie suivante.

## II. UNE RATIONALISATION DES PROCESSUS D'AJUSTEMENT

Un des moyens les plus fréquemment avancé pour justifier l'ajustement progressif d'une variable à son niveau désiré est l'existence de coûts d'ajustement. Le comportement optimal de l'agent résulte alors d'un arbitrage entre deux types de coûts :

- En notant  $G^*$  le gain maximum associé à  $x^*$  et  $G(x)$  la relation entre  $G$  et  $x$ , le manque à gagner associé à un certain déséquilibre peut être approximé au voisinage de  $x^*$ , par :

$$G(x) - G^* = G'(x^*)(x - x^*) + \frac{1}{2}G''(x^*)(x - x^*)^2 + \dots$$

Le gain étant maximum en  $G^*$ , il vient :

$$G'(x^*) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{1}{2}G''(x^*) = -c_1 \leq 0$$

*i.e.*

$$C_1 = G^* - G(x) \approx c_1(x - x^*)^2$$

Le coût d'écart à l'équilibre est donc, en première approximation, une fonction quadratique de l'ampleur du déséquilibre.

- De façon symétrique on suppose que le coût d'ajustement est une fonction quadratique<sup>(5)</sup> de l'ampleur de l'ajustement :

$$C_2 = c_2(\Delta x_t)^2.$$

Ceux-ci recouvrent des réalités diverses suivant la définition de  $x$  : coûts d'embauche, de formation, de licenciement, de réorganisation pour l'emploi, impact négatif sur l'image de marque d'une firme pour les variations de prix, etc...

On obtient ainsi la fonction de coûts quadratique :

$$\varphi_t(x^*, x) = c_1(x_t - x_t^*)^2 + c_2(\Delta x_t)^2. \quad (8)$$

En univers déterministe il s'agit donc de résoudre le programme intertemporel :

$$\min_{\{x_t\}} \sum_{t=0}^{\infty} R^t \varphi_t(x^*, x)$$

où  $R = 1/(1+r) < 1$  est un facteur d'actualisation connu et constant.

(5) Pour rendre compte de l'étalement dans le temps d'une variation de  $x$ , la fonction doit nécessairement être convexe, cf. F. Brechling (1975).



La condition du premier ordre s'obtient en annulant la dérivée de la fonction objectif par rapport à la variable de contrôle  $x_t$ , soit :

$$Rx_{t+1} - (1 + R + c)x_t + x_{t-1} = -cx_t^* \quad (9)$$

où  $c = c_1/c_2$ . En utilisant l'opérateur de retard  $L$  l'équation ci-dessus se réécrit :

$$L[RL^{-2} - (1 + R + c)L^{-1} + 1]x_t = -cx_t^*$$

soit, en notant  $l_1$  et  $l_2$  les deux racines du polynôme en  $L^{-1}$  entre crochets :

$$LR(L^{-1} - l_1)(L^{-1} - l_2)x_t = -cx_t^*$$

$l_1$  et  $l_2$  vérifient :

$$\begin{cases} l_1 l_2 = 1/R & (10a) \\ l_1 + l_2 = (1 + R + c)/R & (10b) \end{cases}$$

et donc :

$$(l_1 - 1)(l_2 - 1) = l_1 l_2 - (l_1 + l_2) + 1 = -c/R \quad (10c)$$

Il s'ensuit que  $l_1$  et  $l_2$  sont de même signe, toutes deux positives et que l'une des deux est supérieure à l'unité ; on pose :

$$0 < l_1 < 1 < l_2$$

L'expression (9) se réécrit alors :

$$(1 - l_1 L)(L^{-1} - l_2)x_t = (l_1 - 1)(l_2 - 1)x_t^*$$

*i.e.* (6)

$$(1 - l_1 L)x_t = (1 - l_1) \left\{ \frac{1 - l_2^{-1}}{1 - (l_2 L)^{-1}} x_t^* \right\}$$

Il est intéressant de remarquer que le terme entre accolades est une distribution de Koyck sur les valeurs courante et futures de  $x_t^*$  ; il s'assimile donc à une cible de long terme que nous noterons :

$$\begin{aligned} x_t^{**} &= (1 - l_2^{-1}) \sum_{i=0}^{\infty} l_2^{-i} x_{t+i}^* \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i x_{t+i}^* \quad \text{avec} \quad \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i = 1 \end{aligned}$$

(6) Le mode de résolution utilisé consiste à inverser forward la composante associée à la racine supérieure à l'unité et backward celle associée à la racine stable. On sélectionne ensuite une solution particulière vérifiant la condition de transversalité associée au programme initial (c.f. par exemple Sargent (1979), pp. 196). Dans un contexte déterministe où la trajectoire future de la cible est parfaitement connue l'inversion forward ne pose pas de problème particulier. La proposition énoncée dans la première partie reste alors pertinente tant que les conditions initiales sont libres.

La règle optimale prend donc la forme d'un modèle d'ajustement partiel à une cible de long terme, moyenne pondérée des valeurs courantes et futures de la cible :

$$\Delta x_t = (1 - l_1)(x_t^{**} - x_{t-1}) \quad (11)$$

Ce résultat est conforme à l'intuition si l'on se rappelle que l'agent subit un coût d'ajustement chaque fois qu'il modifie  $x_t$ . Si l'agent se contentait de s'ajuster à la cible courante, sa réponse immédiate à un choc sur  $x_t^*$  serait la même, que ce choc soit permanent ou transitoire. Un processus d'ajustement partiel à une cible courante engendrerait donc des variations inutiles et coûteuses de la variable effective.

On montre en Annexe 2 que la règle d'ajustement (11) se réécrit de façon identique sous la forme d'un MCE :

$$\Delta x_t = \frac{1 - l_1}{1 - l_2^{-1}} G_t + (1 - l_1)(x_t^* - x_{t-1}) \quad (12)$$

où :

$$\left\{ \begin{array}{l} G_t = (1 - l_2^{-1}) \sum_{i=0}^{\infty} l_2^{-i} g_{t+i} = \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i g_{t+i} \\ g_{t+i} = \Delta x_{t+i}^* \end{array} \right. \quad (13)$$

$G_t$  apparaît ainsi comme le taux de croissance « permanent » de la cible, moyenne pondérée des taux de croissance courants et futurs. Les propriétés dynamiques de cette règle d'ajustement s'étudient aisément en considérant l'expression (9) initiale :

$$A(L)x_t = B(L)x_t^*$$

avec  $A(L) = R/L - (1 + R + c) + L$  et  $B(L) = -c$ . On voit immédiatement qu'on a :

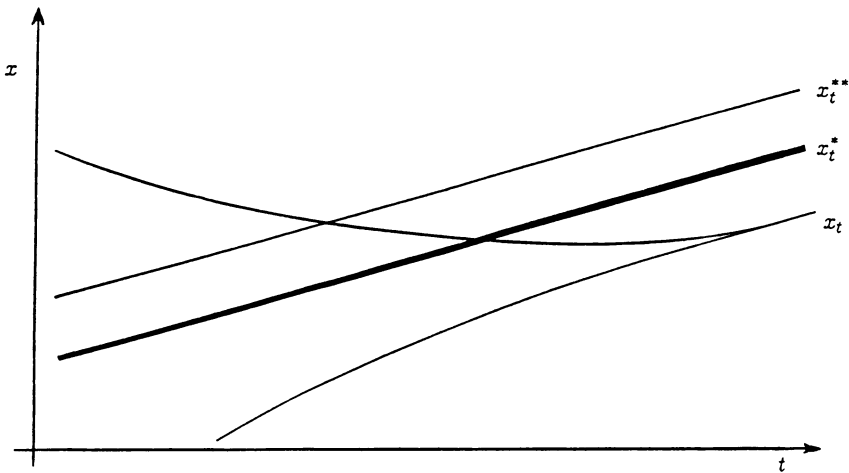
$$A(1) = B(1)$$

mais

$$A'(1) = B'(1) \Leftrightarrow R = 1 \text{ i.e. } r = 0$$

Dans le cas général où le taux d'actualisation est strictement positif la règle d'ajustement optimale prend donc la forme d'un modèle 1-homogène au sens de notre proposition. Elle assure ainsi la convergence de la variable effective  $x_t$  vers la cible  $x_t^*$  si cette dernière est stationnaire, mais laisse subsister un écart constant à long terme quand elle est tendancée. Le graphique 1 représente le comportement optimal d'un agent confronté à des coûts d'ajustement, tel qu'il résulte de la règle (11) lorsque la cible croît à taux constant.

Comportement optimal de l'agent



Graphique n°1

L'erreur de long terme engendrée par le processus d'ajustement se calcule aisément. En effet, quand  $\Delta x_t^* = \mu \forall t$ , on a d'après (13)  $G_t = \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i \Delta x_{t+i}^* = \mu$ . L'erreur de long terme  $e^*$  associée à la règle optimale vérifie donc nécessairement :

$$\mu = \frac{1-l_1}{1-l_2} \mu + (1-l_1)e^*,$$

*i.e.* d'après les relations existant entre les racines :

$$e^* = \frac{1-R}{c} \mu > 0 \quad \forall r, \mu > 0 \quad (14)$$

La convergence apparaît ainsi comme une propriété trop forte qui ne peut être déduite du comportement rationnel des agents. Cette conclusion *a priori* paradoxale s'explique aisément : le taux d'actualisation non nul traduisant une préférence pour le présent des agents, engendre une valeur actualisée des coûts liés à un déséquilibre persistant à l'infini, insuffisante pour inciter les agents contrôlant  $x_t$  à supporter les surcoûts qu'entraînerait un ajustement total de  $x_t$  à sa valeur optimale  $x_t^*$ .

Bien entendu, ce résultat est étroitement lié à l'hypothèse que nous avons faite concernant la forme de la fonction de coûts dont est dérivée la règle d'ajustement. S'il semble difficile d'établir, dans un contexte intertemporel, une correspondance bi-univoque entre celle-ci et le degré d'homogénéité de la règle d'ajustement qui en résulte, des résultats classiques

contrôle optimal (Anderson et Moore (1971)) nous permettent cependant d'obtenir une condition suffisante pour passer d'un modèle 1-homogène à un modèle 2-homogène; il suffit d'augmenter d'un degré l'ordre de différenciation de la variable de contrôle. La fonction de coûts est alors

$$\varphi_t(x^*, x) = c_1(x_t - x_t^*)^2 + c_2(\Delta^2 x_t)^2$$

et engendre une règle d'ajustement 2-homogène.

L'interprétation économique de ce résultat est évidente. Cette fonction de coûts signifie en effet que l'agent ne supporte aucun coût d'ajustement tant que  $x_t$  croît à taux constant ( $\Delta x_t = \mu \Rightarrow \Delta^2 x_t = 0$ ). Il lui est donc toujours possible de rejoindre sans subir de coût d'ajustement, une cible appartenant à  $\overline{\mathcal{F}}(2)$ . En revanche, l'existence d'un coût d'accélération empêche la convergence quand la cible appartient à  $\overline{\mathcal{F}}(j)$ ,  $j > 2$ .

De façon plus générale on montre en Annexe 3 qu'une condition suffisante pour obtenir un modèle  $n$ -homogène est que la fonction de coûts soit du type:

$$\varphi_t(x^*, x) = c_1(x_t - x_t^*)^2 + c_2(\Delta^n x_t)^2$$

L'interprétation de ce cas est également intuitive. L'absence de coût d'ajustement en  $\Delta^j x_t$ ,  $j < n$ , assure la convergence du modèle vers toute cible appartenant à  $\mathcal{F}(n)$  i.e. telle que  $\Delta^n x_t^* = 0$ . En revanche la convergence n'est plus assurée dès qu'on a  $\Delta^n x_t^* \neq 0$  car alors l'agent subit un coût pour rejoindre le sentier optimal et procède donc à un arbitrage qui lui fait choisir un ajustement partiel.

Un moyen alternatif pour augmenter le degré d'homogénéité de la règle d'ajustement, associée à la fonction de coûts, consiste à accroître l'ordre d'intégration du coût de désajustement. Ainsi, pour obtenir un modèle 2-homogène, il suffit de considérer que le coût d'écart à l'équilibre est fonction, non pas du seul désajustement courant, mais de la somme des désajustements courants et passés<sup>(7)</sup>. La fonction de coûts pertinente s'écrit alors:

$$\varphi_t(x^*, x) = c_1 \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} (x_t - x_t^*)_{-i} \right\}^2 + c_2 (\Delta x_t)^2$$

soit en définissant  $I_t$ , tel que  $\Delta I_t = x_t$ , comme «l'intégral» de  $x_t$ :

$$\varphi_t(I^*, I) = c_1 (I_t - I_t^*)^2 + c_2 (\Delta^2 I_t)^2$$

(7) Économiquement un tel coût peut s'assimiler à un coût de stockage. Dans ce cas, le manque à gagner subit à l'instant  $t$  est fonction des stocks accumulés pendant les périodes antérieures.

On sait, d'après nos résultats précédents, que la règle d'ajustement associée à ce modèle est 2-homogène en  $I_t$  (cf. Annexe 3); dès lors si  $\{I_t^*\} \in \overline{\mathcal{F}}(3)$  i.e. si  $\{x_t^*\} \in \overline{\mathcal{F}}(2)$ , on a nécessairement  $\{I_t^* - I_t\} \in \overline{\mathcal{F}}(1)$ . Il vient donc :

$$\{\Delta(I_t^* - I_t)\} \equiv \{x_t^* - x_t\} \in \overline{\mathcal{F}}(0)$$

ce qui assure que la règle d'ajustement est également 2-homogène en  $x_t$ .

De façon plus générale, une fonction de coûts dans laquelle le désajustement courant intervient intégré à l'ordre  $n - 1$  s'écrit <sup>(8)</sup> :

$$\varphi_t(x_t^*, x_t) = c_1 \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \binom{n+i-2}{n-2} (x_t - x_t^*)_{-i} \right\}^2 + c_2 (\Delta x_t)^2$$

En effectuant le changement de variable  $\Delta^{n-1} I_t = x_t$  on montre alors aisément en reprenant le raisonnement ci-dessus, que la règle d'ajustement associée est  $n$ -homogène en  $x_t$ . Dans ce cas la convergence du modèle est imposée en augmentant « suffisamment » le poids du coût de désajustement relativement au coût d'ajustement.

Les développements précédents ont l'intérêt de relativiser les arguments traditionnels avancés pour justifier l'emploi de tel ou tel type de modèle d'ajustement. A la critique du caractère *ad hoc* du modèle d'ajustement, succède en effet celle du choix arbitraire de la fonction de coûts; la légitimité du premier dépend donc clairement de la pertinence économique de celle-ci.

### III. QUELS ENSEIGNEMENTS POUR LA MODELISATION MACROECONOMIQUE ?

En adoptant la fonction de coûts standard (8), le modèle théorique issu du comportement d'optimisation des agents s'écrit :

$$\Delta x_t = a G_t + b (x_t^* - x_t)_{-1} \quad (15)$$

avec :

$$\begin{cases} a = (1 - l_1) / (1 - l_1 R) \in ]0, 1[ \quad \forall r > 0 & (16a) \\ b = (1 - l_1) \in ]0, 1[ & (16b) \end{cases}$$

et :

$$G_t = \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i g_{t+i}, \quad \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i = 1, \quad g_{t+i} = \Delta x_{t+i}^* \quad (17)$$

(8) En effet :

$$\sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} \dots \sum_{i_k=0}^{\infty} (x_t - x_t^*)_{-i_1 - i_2 - \dots - i_k} = \sum_{i=0}^{\infty} \binom{k+i-1}{k-1} (x_t - x_t^*)_{-i}$$

Pour rendre opératoire un tel modèle il est nécessaire d'introduire une hypothèse concernant la façon dont le taux de croissance « permanent » de la cible est évalué par les agents. Nous étudierons ici le cas où  $G_t$  est évalué *via* un processus de révision adaptative<sup>(9)</sup> de la forme :

$$\Delta G_t = (1 - \lambda)(g_t - G_{t-1}) \quad \lambda \in [0,1]$$

*i.e.*

$$G_t = \lambda G_{t-1} + (1 - \lambda)\Delta x_t^*$$

Le modèle « vrai » sous l'hypothèse de révision adaptative est donc :

$$\begin{cases} \Delta x_t = aG_t + b(x_t^* - x_{t-1}) & a, b \in ]0,1[ & (18a) \\ G_t = \lambda G_{t-1} + (1 - \lambda)\Delta x_t^* & \lambda \in [0,1] & (18b) \end{cases}$$

Si le taux de croissance de la cible est nul ( $\Delta x_t^* = 0 \forall t$ ), le comportement optimal de l'agent tel qu'il nous est donné par (18), se ramène à un modèle d'ajustement partiel traditionnel. On a en effet dans ce cas  $G_t = (1 - \lambda)\sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i \Delta x_{t-i}^* = 0 \forall t$  et donc  $\Delta x_t = b(x_{t-1}^* - x_{t-1})$  *i.e.* comme  $x^*$  est stationnaire :

$$\Delta x_t = b(x_t^* - x_{t-1}) \quad (19)$$

En réécrivant (19) sous la forme  $A(L)x_t = B(L)x_t^*$ , on vérifie facilement qu'on a  $A(1) = B(1)$  mais  $A'(1) \neq B'(1)$ ; ce modèle est donc 1-homogène au sens de notre proposition et n'assure la convergence de  $x$  vers  $x^*$  que si  $x^*$  est stationnaire. En revanche, si la cible croît au taux constant  $\mu$  l'erreur de long terme associé à (19) vérifie nécessairement l'équation  $\mu = b\mu + be$  et est égale au produit du retard moyen par le taux de croissance de la cible, soit :

$$e = \frac{1-b}{b}\mu \quad (20)$$

En comparant les expressions (14) et (20) on appréhende aisément le biais que l'on introduit, par rapport au modèle théorique, quand on utilise le modèle d'ajustement partiel (19) en dehors de son domaine de pertinence *i.e.* quand les séries sont tendancées; il vient en effet :

$$e^* - e = \frac{-l_2^{-1}}{1-l_2^{-1}}\mu < 0$$

Ainsi le modèle d'ajustement partiel utilisé dans un contexte de croissance conduit-il à surestimer l'erreur de long terme optimale telle qu'elle est définie par (14).

(9) L'analogie avec le problème de l'évaluation du revenu permanent dans la fonction de consommation proposée par M. Friedman est évidente. Ce processus de révision adaptative est parfaitement compatible avec un environnement économique caractérisé par une croissance régulière.

La prise de conscience de l'inadéquation du modèle d'ajustement partiel à rendre compte du fonctionnement d'une économie en croissance a suscité le développement d'approches alternatives. Ainsi d'Autume (1983) propose-t-il comme spécification du processus d'ajustement en environnement non stationnaire :

$$\begin{cases} \Delta x_t = G_t + b(x_t^* - x_t)_{-1} \\ G_t = \lambda G_{t-1} + (1 - \lambda)\Delta x_t^* \end{cases} \quad (21)$$

Ce système s'écrit sous forme réduite :

$$A(L)x_t = B(L)x_t^*$$

avec :

$$\begin{cases} A(L) = (1 - \lambda L)(1 - L + bL) \\ B(L) = (1 - \lambda)(1 - L) + bL(1 - \lambda L) \end{cases} \quad (22)$$

et vérifie  $A(1) = B(1)$ ,  $A'(1) = B'(1)$ . D'après notre proposition il s'agit donc d'un modèle 2-homogène qui converge quand la série cible est tendancée. Cependant la spécification (21) de d'Autume n'est qu'un cas particulier du modèle (18), obtenu en contraignant *a priori* le coefficient de  $G_t$  à prendre une valeur unitaire. Cette restriction n'a pas de fondements microéconomiques évidents sauf à considérer le taux d'actualisation nul, auquel cas  $R = 1$  et donc  $a = (1 - l_1)/(1 - l_1 R) = 1$ . Or dans ce cas de figure le programme d'optimisation initial n'est pas pertinent puisque la fonction objectif n'est pas bornée.

Le modèle de d'Autume ne peut donc trouver de justification que comme spécification limite quand le taux d'actualisation tend vers zéro. Utilisé en dehors de son domaine de pertinence, *i.e.* pour  $r > 0$ , ce modèle, en forçant la convergence de  $x$  vers  $x^*$  quand  $x^*$  est tendancée, sous estime le désajustement qu'il est optimal pour les agents de laisser subsister à long terme; on a en effet dans ce cas :

$$e^* - e = e^* = \frac{1 - R}{c} \mu > 0$$

Si l'hypothèse implicite d'un taux d'actualisation nul permet à d'Autume d'obtenir un modèle 2-homogène c'est parce que, la préférence des agents pour le présent étant dans ce cas nulle, la persistance d'un déséquilibre à long terme, quand la cible croît à taux constant, n'est plus tolérable.

Répondre à la sous optimalité du modèle d'ajustement partiel dans un contexte de croissance en suggérant l'emploi d'un modèle 2-homogène, c'est répondre à un problème qui n'est pas celui réellement posé. L'optimalité du processus d'ajustement implique au contraire la persistance d'un écart non nul à long terme entre  $x$  et  $x^*$  si le taux d'actualisation est positif.

Il nous faut donc revenir au modèle (18), plus général, dérivé du comportement d'optimisation des agents et pertinent en environnement non stationnaire. Nous nous proposons ici d'en suggérer une forme aisément manipulable et estimable par l'économètre.

En développant (18b) en une expression à retards échelonnés et en reportant dans (18a), on obtient la forme réduite :

$$\Delta x_t = \frac{a(1-\lambda)}{1-\lambda L} \Delta x_t^* + b(x_t^* - x_{t-1}) \quad (23)$$

*i.e.*

$$A(L)x_t = B(L)x_t^*$$

avec :

$$\begin{cases} A(L) = (1-\lambda L)(1-L+bL) \\ B(L) = a(1-\lambda)(1-L) + bL(1-\lambda L) \end{cases}$$

On a clairement  $A(1) = b(1-\lambda) = B(1)$  ce qui, d'après notre proposition, signifie que le modèle est au moins 1-homogène. On vérifie en outre aisément qu'on a  $A'(1) = B'(1)$  si et seulement si  $a(1-\lambda) = 1-\lambda$ ; or dans le cas particulier où  $\lambda$  prend une valeur unitaire - anticipations myopes — le polynôme  $A(L)$  n'est pas stable. Le modèle ne sera donc 2-homogène que si  $a = 1$ , ce qui correspond à la spécification proposée par d'Autume.

Dans le cas général où  $a < 1$ , le modèle engendre, conformément à la théorie, une erreur de long terme constante quand la cible est tendancée. Celle-ci se calcule aisément et s'exprime comme le produit du retard moyen par le taux de croissance  $\mu$  de la cible, soit :

$$e = \frac{1-a}{b} \mu > 0$$

En remplaçant  $a$  et  $b$  par leurs valeurs (16) et en tenant compte des relations (10) existant entre les racines, il est facile de montrer que cette erreur est égale à l'erreur optimale (14) dérivée du comportement rationnel des agents<sup>(10)</sup>.

Finalement, le modèle (18) se réécrit identiquement à partir de (23)

$$\Delta x_t = a(1-\lambda)\Delta x_t^* + \lambda\Delta x_{t-1}^* + (b-\lambda)(x_t^* - x_{t-1}) + \lambda(1-b)(x_t^* - x_{t-2}) \quad (24)$$

On reconnaît là un MCE d'ordre 2, mais à trois degrés de liberté seulement. Celui-ci présente l'avantage d'être suffisamment général pour admettre comme cas particuliers les principales spécifications utilisées en pratique.

(10) D'avoir choisi une formulation adaptative du taux de croissance permanent de la cible n'interfère évidemment pas avec le comportement de l'erreur de long terme quand la cible croît à taux constant.



- Ainsi tester la pertinence économétrique de la spécification proposée par d'Autume revient à tester si  $a = 1$  dans (24). Si cette restriction est acceptée, le modèle statistiquement le plus pertinent est un modèle 2-homogène.
- Quand la cible croît constamment au même taux, le taux de croissance permanent coïncide avec le taux de croissance courant et ce, tant dans le modèle théorique que sous notre hypothèse de révision adaptative. Le « bon » modèle est alors le modèle à correction d'erreur 1-homogène à la Davidson, soit :

$$\Delta x_t = a\Delta x_t^* + b(x_t^* - x_t)_{-1}$$

Tester la pertinence économétrique de ce modèle revient à tester l'hypothèse  $\lambda = 0$  dans (24). Dans un tel contexte, la restriction imposée de façon implicite par d'Autume revient à contraindre *a priori* le coefficient  $a$  d'un MCE standard à prendre une valeur unitaire et donc à imposer une vitesse d'ajustement infinie.

- Enfin tester la pertinence économétrique du modèle d'ajustement partiel à la Brechling (1965), à partir de notre spécification générale, revient à tester les deux restrictions  $\lambda = 0$  et  $a = b$ .

La forme réduite (24) résulte de la transformation de Koyck appliquée à l'équation (15). Celle-ci a l'inconvénient de conférer au terme d'erreur affectant (24),  $u_t$ , une structure moyenne mobile. Si  $\epsilon_t$  est le terme stochastique initial,  $u_t$  s'exprime sous la forme :

$$u_t = \epsilon_t - \lambda\epsilon_{t-1}$$

Hormis dans le cas très particulier où  $\epsilon_t$  suit un AR1 de paramètre  $\lambda$ , les MCO appliqués à l'équation (24) sont donc, comme dans le modèle suggéré par d'Autume, biaisés du fait de la corrélation entre  $u_t$  et les termes autorégressifs de cette équation (*c.f.* Zellner et Geisel (1970)). Les méthodes économétriques à mettre en œuvre — développées à la fin des années soixante pour estimer la fonction de consommation friedmanienne<sup>(11)</sup> — si elles alourdissent quelque peu le processus d'estimation, ne présentent cependant pas de difficultés particulières.

---

(11) Cf. par exemple Dhrymes (1969), Zellner et Geisel (1970), Trivedi (1970), Box et Jenkins (1970).

## CONCLUSION

Le concept de  $n$ -homogénéité que nous proposons est une extension de ceux d'homogénéité (visant à assurer une élasticité unitaire à long terme de la quantité effective à la cible) et de super-homogénéité (introduit par d'Autume (1986) et caractérisant les modèles où l'équilibre de long terme n'est pas dépendant du rythme de croissance de l'économie). Cette généralisation peut sembler pertinente si le domaine à modéliser connaît, ne serait-ce que temporairement, des évolutions explosives. Nous pensons, par exemple, à la formation des prix où des cas d'hyperinflation ne sont pas à exclure de l'analyse tant théorique qu'empirique.

Pourtant, la super-homogénéité n'apparaît pas fondée en termes de comportement microéconomique. Il faudrait en effet admettre, soit l'absence de coût d'ajustement «en niveau», soit la présence dans la fonction objectif d'un coût portant sur le cumul des erreurs passées, soit enfin l'absence, de la part des agents, d'une préférence pour le présent.

L'emploi de la fonction de coûts quadratique standard nous permet de dériver une règle d'ajustement pouvant s'interpréter comme un modèle à correction d'erreurs et qui admet comme cas particuliers les formulations les plus fréquemment utilisées en macroéconomie appliquée. Son estimation a l'intérêt de pouvoir révéler les paramètres structurels du modèle: importance relative des coûts de déséquilibre et d'ajustement, taux de préférence des agents pour le présent.

*Université de Paris I, Juin 1986*

*Version révisée, Juillet 1987*

## ANNEXE 1

Soit  $Q(L)$  un polynôme en  $L$  de degré  $I_q$ , nous cherchons des conditions nécessaires et suffisantes pour que  $Q(L) = (1-L)^n P(L) \quad \forall L$ . Pour cela, il est commode d'utiliser le développement de Taylor de  $Q(L)$ :

$$Q(L) = \sum_{i=0}^{I_q} \frac{Q^{(i)}(1)}{i!} (L-1)^i.$$

Les conditions recherchées prennent donc la forme:

$$Q^{(i)}(1) = 0 \quad \forall i < n.$$

◇ Q.E.D.

## ANNEXE II

La règle d'ajustement optimale s'écrit :

$$\Delta x_t = (1 - l_1)(x_t^{**} - x_{t-1})$$

avec :

$$x_t^{**} = \frac{1 - l_2^{-1}}{1 - (l_2 L)^{-1}} x_t^*$$

*i.e.*

$$\begin{aligned} \Delta x_t &= (1 - l_1)(x_{t-1}^* - x_{t-1}) + (1 - l_1) \left[ \frac{1 - l_2^{-1}}{1 - (l_2 L)^{-1}} x_t^* - x_{t-1}^* \right] \\ &= (1 - l_1)(x_{t-1}^* - x_{t-1}) + \frac{(1 - l_1)}{1 - (l_2 L)^{-1}} (x_t^* - x_{t-1}^*) \end{aligned}$$

En notant  $g_t$  le taux de croissance de la cible entre  $t - 1$  et  $t$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \Delta x_t &= (1 - l_1)(x_{t-1}^* - x_{t-1}) + (1 - l_1) \sum_{i=0}^{\infty} (l_2 L)^{-i} g_t \\ &= (1 - l_1)(x_{t-1}^* - x_{t-1}) + (1 - l_1) \sum_{i=0}^{\infty} l_2^{-i} g_{t+i} \end{aligned}$$

Si on définit maintenant le taux de croissance « permanent » de la cible par une distribution de Koyck sur le taux de croissance courant, soit :

$$G_t = (1 - l_2^{-1}) \sum_{i=0}^{\infty} l_2^{-i} g_{t+i}$$

il vient :

$$\Delta x_t = \frac{1 - l_1}{1 - l_2^{-1}} G_t + (1 - l_1)(x_t^* - x_{t-1})$$

◇ Q.E.D.

## ANNEXE III

Considérons la fonction de coûts :

$$\varphi_t(x^*, x) = c_1(x_t - x_t^*)^2 + c_2(\Delta^n x_t)^2$$

Le programme à résoudre s'écrit :

$$\min_{\{x_t\}} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} R^t \{c_1(x_t - x_t^*)^2 + c_2(\Delta^n x_t)^2\}$$

Comme  $(1-L)^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} (-1)^j L^j$ , on obtient la condition du premier ordre:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_t} = 2c_1 R^t (x_t - x_t^*) + 2c_2 \sum_{j=0}^n R^{t+j} \binom{n}{j} (-1)^j \Delta^n x_{t+j} = 0$$

*i.e.*

$$c_1 (x_t - x_t^*) + c_2 \sum_{j=0}^n R^j \binom{n}{j} (-1)^j \Delta^n x_{t+j} = 0.$$

soit, après avoir multiplié par  $L^n$ :

$$\begin{cases} A(L) = c_1 L^n + c_2 (1-L)^n \sum_{j=0}^n R^j \binom{n}{j} (-1)^j L^{n-j} \\ B(L) = c_1 L^n \end{cases}$$

Notons  $P(L) = (1-L)^n$  et  $Q(L) = \sum_{j=0}^n R^j \binom{n}{j} (-1)^j L^{n-j}$ . En remarquant que:

$$[P(L) \cdot Q(L)]^{(i)} = \sum_{k=0}^i \binom{i}{k} P^{(k)}(L) \cdot Q^{(i-k)}(L)$$

et que:

$$\begin{aligned} P^{(k)}(L) \Big|_{L=1} &= 0 && \text{si } k \neq n \\ &= (-1)^n n! && \text{si } k = n \end{aligned}$$

il vient finalement:

$$\begin{aligned} [P(L) \cdot Q(L)]^{(i)} \Big|_{L=1} &= 0 && \text{si } i < n \\ &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} P^{(k)}(L) \Big|_{L=1} \cdot Q^{(n-k)}(L) \Big|_{L=1} \\ &= (-1)^n n! (1-R)^n && \text{si } i = n \end{aligned}$$

C'est-à-dire:

$$\begin{cases} A^{(i)}(1) = B^{(i)}(1) & \forall i < n \\ A^{(n)}(1) = B^{(n)}(1) \Leftrightarrow R = 1 & \text{i.e. } r = 0 \end{cases}$$

La règle d'ajustement associée à la fonction de coûts initiale est donc  $n$ -homogène.

◇ Q.E.D.

## REFERENCES

- ANDERSON, B.D.O. et MOORE, J.B. [1971], «*Linear Optimal Control*», Prentice Hall.
- AUTUME, A. d' [1983], «Processus d'ajustement et croissance», *Annales de l'Insee*, n° 49, Janvier-Mars, pp. 113-21.
- AUTUME, A. d' [1986], «Les anticipations rationnelles dans l'analyse macroéconomique», *Revue Economique*, vol 37, n° 2, Mars, pp. 243-83.
- BOX, G.E.P. et JENKINS, G.M. [1970], «*Time Series Analysis, Forecasting and Control*», Holden-Day, San Francisco.
- BRECHLING, F. [1965], «The Relationship between Output and Employment in British Manufacturing Industries», *Review of Economic Studies*, vol 32, n° 3, Juillet, pp. 187-216.
- BRECHLING, F. [1975], «*Investment and Employment Decisions*», Manchester, Manchester University Press.
- DAVIDSON, J., HENDRY, D., SRBA F. et YEO S. [1978], «Econometric Modelling of the Aggregate Time-series Relationship between Consumers' Expenditure and Income in the United Kingdom», *The Economic Journal*, vol 88, Décembre, pp. 661-92.
- DHRYMES P.J. [1969], «Efficient Estimation of Distributed Lags with Autocorrelated Errors», *International Economic Review*, vol 10, n° 1, Février, pp. 47-67.
- GOULD, J.P. [1968], «Adjustment Costs in the Theory of Investment of the Firm», *Review of Economic Studies*, vol 35, n° 1, Janvier, pp. 47-55.
- HENIN, P.-Y. [1983], «A Note on Error Correction Mechanism and Partial Adjustment Models», *Université de Paris I, note ronéotée, Avril*.
- KEMPF, H. et LAURENT, T. [1986], «Coûts d'ajustement et dynamique des prix en prévision parfaite», in *Mobilité, Flexibilité et Stimulants Economiques*, Nathan éd.
- KEMPF, H. et LAURENT, T. [1986], «Propriétés dynamiques des modèles d'ajustement», *Communication au Congrès Européen de la Société d'Econométrie*, Budapest, Septembre 1986.
- KENNAN, J. [1979], «The Estimation of Partial Adjustment Models with Rational Expectations», *Econometrica*, vol 47, n° 6, Novembre, pp. 1441-55.
- KLOEK, T. [1984], «Dynamic Adjustment when the Target is Nonstationary», *International Economic Review*, vol 25, n° 2, Juin, pp. 315-26.
- LEGENDRE, F. et VIDAL, D. [1986], «Processus d'ajustement et croissance: Un commentaire», *Annales d'Economie et de Statistique*, n° 2, Avril-Juin, pp. 165-70.
- LEGENDRE, F. [1987], «Dynamic Adjustment when the Target is Nonstationary: A Comment», *International Economic Review*, vol 28, n° 3, Octobre, pp. 809-11.
- NICKELL, S. [1985], «Error Correction, Partial Adjustment and All That: An Expository Note», *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol 47, n° 2, Mai, pp. 119-30.
- OSBORN, D. [1986], «A Note on Error Correction Mechanisms and Steady-state Error», *The Economic Journal*, vol 96, Mars, pp. 208-11.
- PATTERSON, K.D. et RYDING, J. [1984], «Dynamic Time Series Models with Growth Effects Constrained to Zero», *The Economic Journal*, vol 94, Mars, pp. 137-43.
- SALMON, M. [1982], «Error Correction Mechanisms», *The Economic Journal*, vol 92, Septembre, pp. 615-29.
- SARGENT, T.J. [1979], «*Macroeconomic Theory*», Academic Press, London.
- TRIVEDI, P.K. [1970], «Inventory Behaviour in U.K. Manufacturing 1956-67», *The Review of Economic Studies*, vol 27, n° 4, Octobre, pp. 517-36.
- ZELLNER, A. et GEISEL, M.S. [1970], «Analysis of Distributed Lag Models with Applications to Consumption Function Estimation», *Econometrica*, vol 38, n° 6, Novembre, pp. 865-88.